2022 □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_{n+1}+a_n=(n+1)\cdot\cos\frac{n\pi}{2}(n\geq 2,n\in N^*)$□$S_n$□□□$\{a_n\}$□□$n$□□□

□$S_{2017}+m=1010$□□$a_1\cdot m>0$□□$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{m}$□□□□□

A□2　　　　B□$\sqrt{2}$　　　　C□$2\sqrt{2}$　　　　D□$2+\sqrt{2}$

□□□□A

□□□□

□$n=2k-1$□□$a_{2k}+a_{2k-1}=2k\cos\frac{2k-1}{2}\pi=0$□□□$S_{2016}=\sum_{k=1}^{1008}(a_{2k-1}+a_{2k})=0$□

□$n=2k$□□$a_{2k+1}+a_{2k}=(2k+1)\cos\frac{2k}{2}\pi=(2k+1)(-1)^k$□

□$a_{2k+1}-a_{2k-1}=a_{2k+1}+(a_{2k-1}+a_{2k})-a_{2k-1}=(2k+1)(-1)^k,k=1,2,3,\cdots,1008$□

□$a_{2017}=a_{2017}-a_{2015}+a_{2015}-a_{2013}+a_{2013}-a_{2011}+\cdots+a_3-a_1+a_1$□

□$a_{2017}=2017-2015+2013-2011+2011-2009+\cdots+5+(-3)+a_1=1008+a_1$□

□□$S_{2017}=S_{2016}+a_{2017}=0+1008+a_1$□□□□□$1008+a_1+m=1010\Rightarrow a_1+m=2$□□□

$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{m}=\frac{1}{2}(a_1+m)(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{m})=\frac{1}{2}(1+1+\frac{a_1}{m}+\frac{m}{a_1})\geq\frac{1}{2}(2+2)=2$□□$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{m}\geq 2$□

□□□□A□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$S_{2017}=1008+a_1$□□□□□□□□□□□$S_{2017}+m=1010$□□□

$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{m}=\frac{1}{2}(a_1+m)(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{m})$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

2．（2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□）$\frac{1}{6000}$□□1□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□.□15□□□□“$00-15$”□1□□□$=30-00$□1□□□$=60-00$.□□□□$f(x)=x+2\cos x$□$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□（ ）

A．$15-00$ B．$30-00$ C．$05-00$ D．$10-00$

□□□□A

□□□□

□□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□$f(x)=x+2\cos x$□$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$\therefore f'(x)=1-2\sin x$

□$f'(x)=0$□$x=\frac{\pi}{6}$

$\therefore f(x)$□$x\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$□□□□□□□$x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$□□□□□□

□$f(0)=2$□$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$□□$f\left(\frac{\pi}{2}\right)<f(0)$

$\therefore f(x)$□□□□□$\frac{\pi}{2}$

□$\frac{\pi}{2}$□□□□m

□□□□□□□□□□$\frac{m}{6000}=\frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi}$

□□□$m=1500$

$\therefore f(x)$□□□□$\frac{\pi}{2}$□□□□□□□$15-00$.

□□A.

3□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $C: x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ □□□□□□□□□ F_1, F_2 □□ P □□□□ C □□□□□□□□□ P □□□□

C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A, B □□□□□□□ $PAOB$ □ O □□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □□ $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}>0$ □□□ P □□□□□□□□

□□

A□$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{17}}{3}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{17}}{3},+\infty\right)$　　B□$\left(-\frac{\sqrt{17}}{3},\frac{\sqrt{17}}{3}\right)$

C□$\left(-\infty,-\frac{2\sqrt{17}}{3}\right)\cup\left(\frac{2\sqrt{17}}{3},+\infty\right)$　　D□$\left(-\frac{2\sqrt{17}}{3},\frac{2\sqrt{17}}{3}\right)$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□ PAOB □□□□□□,□□□□□□□ C □□□□ $OA: bx-y=0,\ OB: bx+y=0$,□□ P(m,n),□□□ PB □□□□ y-n=b(x-m),□□ P □ OB □□□□ $d=\frac{|bm+n|}{\sqrt{1+b^2}}$,□ $\begin{cases}y-n=b(x-m)\\ bx+y=0\end{cases}$,□□

$\begin{cases}x=\frac{bm-n}{2b}\\ y=\frac{n-bm}{2}\end{cases}$,$\therefore B\left(\frac{bm-n}{2b},\frac{n-bm}{2}\right)$,$\therefore |OB|=\sqrt{\frac{(bm-n)^2}{4b^2}+\frac{(n-bm)^2}{4}}=\frac{\sqrt{1+b^2}}{2b}|bm-n|$,

$\therefore S_{\square PAOB}=|OB|\cdot d=\frac{|b^2m^2-n^2|}{2b}$,□ $m^2-\frac{n^2}{b^2}=1$,$\therefore b^2m^2-n^2=b^2$,$\therefore S_{\square PAOB}=\frac{1}{2}b$,□$\because S_{\square PAOB}=\sqrt{2}$,$\therefore b=2\sqrt{2}$,□□□ C

□□□□ $x^2-\frac{y^2}{8}=1$,$\therefore c=3$,$\therefore F_1(-3,0)$, $F_2(3,0)$,

$\therefore \overrightarrow{PF_1}=(-3-m,-n)$, $\overrightarrow{PF_2}=(3-m,-n)$,$\therefore \overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=(-3-m)(3-m)+n^2>0$,□ $m^2-9+n^2>0$,□

□ $m^2-\frac{n^2}{8}=1,\therefore m^2-9+8(m^2-1)>0$,□□ $m>\frac{\sqrt{17}}{3}$ □ $m<-\frac{\sqrt{17}}{3}$,□□□ P □□□□ m □□□□□□

$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{17}}{3}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{17}}{3},+\infty\right)$,□□ A.

4□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=a(x-2)e^x+\ln x+\frac{1}{x}$ □ $(0,2)$ □□□□□□□□□□□ a □□□□□□□ □

A□ $\left(-\infty,-\frac{1}{4e^2}\right)$ B□ $\left(-\infty,-\frac{1}{e}\right)$

C□ $\left(-\infty,-\frac{1}{e}\right)\cup\left(-\frac{1}{e},-\frac{1}{4e^2}\right)$ D□ $\left(-\frac{1}{e},-\frac{1}{4e^2}\right)\cup(1,+\infty)$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $f'(x)=0$ □ $(0,2)$ □□□□□□□□□□□□□□ $x=1$ □□□ $(0,2)$ □□□□ 1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□ $f'(x)=ae^x(x-1)+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=0$ □□□□□□□□□

$ae^x(x-1)=-\frac{x-1}{x^2}$ □ $x\in(0,2)$ □□□□ $x=1$ □ $x\in(0,2)$ □□□□□□□□□ $\frac{1}{a}=-x^2e^x$ □ $x\neq1$ □□

□ $h(x)=x^2e^x$ □ $x\in(0,2)$ □ $h'(x)=e^x(x^2+2x)>0$ □

□□ $h(x)$ □ $x\in(0,2)$ □□□□□□□ $-\frac{1}{a}\neq h(1)=e$ □ $h(0)<-\frac{1}{a}<h(2)$

□ $-\frac{1}{a}\in(0,e)\cup(e,4e^2)$ □□□ $a\in\left(-\infty,-\frac{1}{e}\right)\cup\left(-\frac{1}{e},-\frac{1}{4e^2}\right)$ □

□□□ C □

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f'(x)=0$ □ $(0,2)$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{1}{a}=-x^2e^x$ □ $x\neq1$ □□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□

5□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $x+y$□k□0□k□0□□□ x^2+y^2□4 □□□□□□□ A□B□O □□□□□□□□

$|OA+OB|\geq\frac{\sqrt{3}}{3}|AB|$□□□ k □□□□□□□ □

A□$(\sqrt{3},+\infty)$　　B□$\left[\sqrt{2},+\infty\right)$　　C□$\left[\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$　　D□$\left[\sqrt{3},2\sqrt{2}\right)$

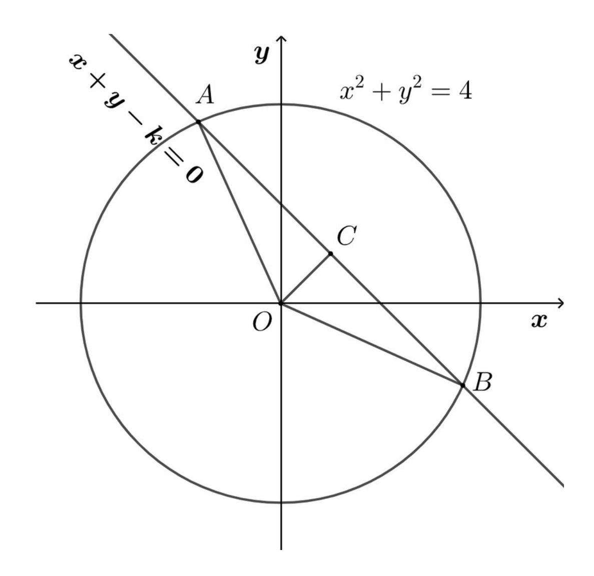
□□□□C

□□□□

□□□□$|OA+OB|$□□□△AOB□□□□□□□2□□$|AB|$□□□□□□□k□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□k□

□□.

□□□□



□AB□□□C□□$OC\perp AB$□$\because|OA+OB|\geq\frac{\sqrt{3}}{3}|AB|$□

$\therefore|2\vec{OC}|\geq\frac{\sqrt{3}}{3}|\vec{AB}|$□$\therefore|AB|\leq2\sqrt{3}|OC|$□$\because|OC|^2+\frac{1}{4}|AB|^2=4$□

$\therefore|OC|^2\geq1$□$\because$□□ $x+y$□k□0□k□0□□□ x^2+y^2□4 □□□□□□□ A□B□

$\therefore|OC|^2<4$□$\therefore$4□$|OC|^2\geq1$□

$\therefore 4$□$(\frac{|-k|}{\sqrt{2}})^2 \ge 1$□$\because k$□$0$□$\therefore$ $\sqrt{2} \le k < 2\sqrt{2}$.

□□□C□

6□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$□□□□□□□□□□ F_1,F_2□□□□□ A,M□□□□□□□□

$\angle MF_2A=\angle MAF_2=2\angle MF_1A$□□□□ C□□□□□□ □

A□$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　B□$\frac{\sqrt{33}-5}{2}$　　C□$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$　　D□$\frac{\sqrt{17}-4}{4}$

□□□□B

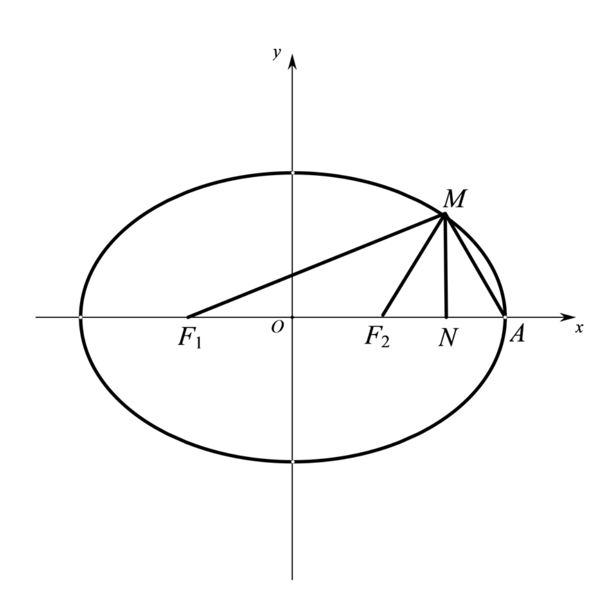
□□□□

□□□□ $MA=MF_2=F_1F_2=2c$□$MF_1=2a-2c$□$AF_2=a-c$□□ $MN\perp AF_2$□N□□□N□ AF_2□□□□□□ NF_1,NF_2□□□

□□□ $Rt\triangle MNF_2$□$Rt\triangle MNF_1$□□ $MN^2=MF_2^2-NF_2^2=MF_1^2-NF_1^2$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□$\angle MF_2A=\angle MAF_2=2\angle MF_1A$□□ $MA=MF_2=F_1F_2=2c$□



□□□□ $MF_1=2a-2c$□$AF_2=a-c$□□ $MN\perp AF_2$□N□□□N□ AF_2□□□□

□□ $NF_2=\frac{1}{2}AF_2=\frac{a-c}{2}$□$NF_1=2c+\frac{a-c}{2}=\frac{a+3c}{2}$□

□□ $Rt\triangle MNF_2$□$Rt\triangle MNF_1$□□ $MN^2=MF_2^2-NF_2^2=MF_1^2-NF_1^2$□

□$(2c)^2-(\frac{a-c}{2})^2=(2a-2c)^2-(\frac{a+3c}{2})^2$□□□□$2a^2-5ac-c^2=0$□

□$e^2+5e-2=0$□□□$e=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$□

□□□□□□□□□$\frac{\sqrt{33}-5}{2}$□

□□□B

7□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2+\frac{4}{x}, g(x)=\sin x, h(x)=ax$□□□□□□□ $x\in(0,+\infty), g(x)\le h(x)\le f(x)$ □□□□□

□□ a□□□□□□□ □

A□$[1,3]$　　B□$\left[\frac{1}{2},4\right]$　　C□$[1,8]$　　D□$\left[\frac{1}{2},17\right]$

□□□□A

□□□□

□□□□ $h(x)\le f(x)$□$h(x)\le f(x)$□□□ $x\in(0,+\infty)$□□□□ $h(x)\le f(x)$□□□□ $a\le x+\frac{4}{x^2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□. □□□ $g(x)\le h(x)$ □□□□ $y=\sin x$ □ $y=ax$ □□□□□□□□ $\sin x\le ax$ □□ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□ $y=ax$ □□ $y=\sin x$ □□□□□

a□□□□□ $x=0$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $x\in(0,+\infty)$□□□□ $h(x)\le f(x)$□ $ax\le x^2+\frac{4}{x}$□□ $a\le x+\frac{4}{x^2}$□

□$m(x)=x+\frac{4}{x^2}$□□ $m'(x)=1-\frac{8}{x^3}$□□□ $m'(x)$□□□□ $m'(2)=0$□

□ $x\in(0,2)$ □□ $m'(x)<0$ □□□□□□ $x\in(2,+\infty)$ □□ $m'(x)>0$ □□□□□□

□□□ $x=2$ □□□□□□□□ $a\le m(2)=3$ □

□□□ $g(x)\le h(x)$ □□ $\sin x\le ax$ □□□□ $y=\sin x$ □ $y=ax$ □□□□□□□□ $\sin x\le ax$ □□ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□ $y=ax$ □□

$y=\sin x$ □□□□□ a □□□□□ $x=0$ □□□□□□□□□□□□□

□□ $y=\sin x$ □□□□ $y'=\cos x$ □ $x=0$ □□ $y'=1$ □□ $a\ge 1$ □

□□□ $a\in[1,3]$ □

□□□A

8□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□ $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ □□□□□ $f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□□ $f(1)<0$ □□□□□

$f'(x)\cdot\ln x+\dfrac{f(x)}{x}<0$ □□□□□ $(x-1)\cdot f(x)<0$ □□□□□ □

A□ $(1,+\infty)$　　B□ $(-\infty,-1)\cup(0,1)$　　C□ $(-\infty,1)$　　D□ $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

□□□□D

□□□□

□ $g(x)=lnx\cdot f(x)$ □□□□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□ $g(1)=0$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ $x>0$ □ $f(x)<0$ □ $x<0$ □

$f(x)>0$ □□□□□ $(x-1)\cdot f(x)<0$ □□□ $\begin{cases}x>1\\ f(x)<0\end{cases}$ □ $\begin{cases}x<1\\ f(x)>0\end{cases}$ □□□□□.

□□□□

□ $g(x)=lnx\cdot f(x)$ □□ $g'(x)=\frac{1}{x}\cdot f(x)+lnx\cdot f'(x)<0$ □

□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ g□1□$=0$□

$\therefore 0<x<1$ □□ $g(x)>0$ □ $1<x$ □□ $g(x)<0$ □

Q $0<x<1$ □□ $lnx<0$ □ $x>1$ □□ $lnx>0$ □

$\therefore$ □ $x>0$ □ $x\ne 1$ □□ $f(x)<0$ □□ f□1□ <0 □

$\therefore$ 当 $x>0$，$f(x)<0$，又 $f(x)$ 为奇函数，

$\therefore$ 当 $x<0$，$f(x)>0$.

不等式 $(x-1)\cdot f(x)<0$ 等价于 $\begin{cases}x>1\\f(x)<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<1\\f(x)>0\end{cases}$

解得 $x>1$ 或者 $x<0$

故答案为：D.

9.（2021·山东聊城一中高三期中）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=2$，$a_{n+1}=S_n$，若 $a_n\in(0,2020)$，则称项 a_n 为“和谐项”，则数列 $\{a_n\}$ 的所有“和谐项”的平方和为（　）

A. $\frac{1}{3}\times4^{11}+\frac{8}{3}$　　B. $\frac{1}{3}\times4^{11}-\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{3}\times4^{10}+\frac{8}{3}$　　D. $\frac{1}{3}\times4^{12}-\frac{4}{3}$

【答案】A

【分析】

根据 $a_{n+1}=S_n$，得 $a_n=S_{n-1}(n\geq2)$ 两式相减得 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，从而可得到数列的通项公式，根据“和谐项”的定义可得 $1\leq n\leq11$，然后利用等比数列的前 n 项和公式可得答案.

【详解】

因为 $a_{n+1}=S_n$，所以 $a_n=S_{n-1}(n\geq2)$，

则 $a_{n+1}-a_n=S_n-S_{n-1}$，即 $a_{n+1}-a_n=a_n$，$a_{n+1}=2a_n$，$\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，

因为 $a_1=2$，所以 $a_2=S_1=a_1=2$，

故 $a_n=\begin{cases}2^{n-1},n\geq2\\2,n=1\end{cases}$，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□ $a_n\in(0,2020)$ □□□ $1\le n\le 11$ □

□□ $|a_n|$ □□□“□□□”□□□□□□

$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{10}^2+a_{11}^2=4+4+4^2+\cdots+4^{10}=4+\frac{4(1-4^{10})}{1-4}=4+\frac{4^{11}-4}{3}=\frac{1}{3}\times4^{11}+\frac{8}{3}$□

□□□A.

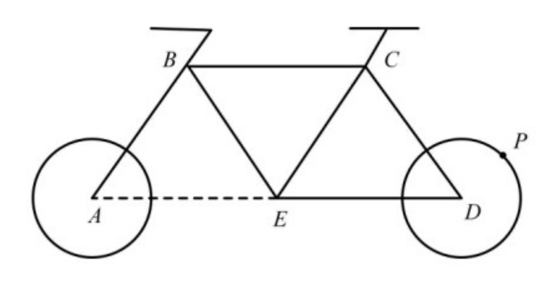
□□□□

□□□□□□□□□ n □□□.

10．□2021·□□

□□□□ A □□□□□□ D □□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □$\triangle ABE$□$\triangle BEC$□$\triangle ECD$□□□□□ 4 □□□□□□□□□ P □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BP}$ □□□□□□（　）



A．24　　B．$24+4\sqrt{6}$　　C．$30+2\sqrt{3}$　　D．48

□□□□B

□□□□

□ AD □ x □□ E □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□ $P(4+\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□ $ABCDE$ □□□□□□□ P □□ D □□□□□□□

□□□□ AD □ x □□ E □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $A(-4,0)$ □ $B(-2,2\sqrt{3})$ □ $C(2,2\sqrt{3})$ □

□ D □□□ $(x-4)^2+y^2=2$ □□ $P(4+\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha)$ □

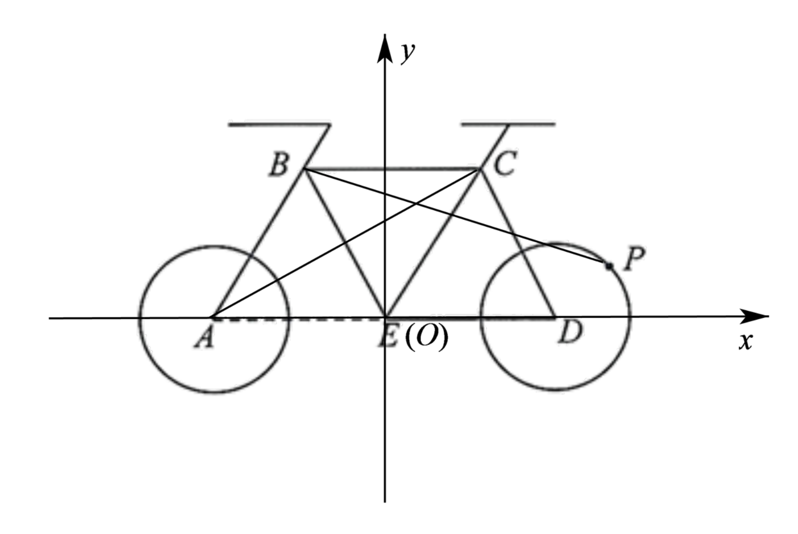
□ $AC=(6,2\sqrt{3})$ □ $BP=(6+\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha-2\sqrt{3})$ □

$AC\cdot BP=6(6+\sqrt{2}\cos\alpha)+2\sqrt{3}(\sqrt{2}\sin\alpha-2\sqrt{3})$

$=6\sqrt{2}\cos\alpha+2\sqrt{6}\sin\alpha+24=4\sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha\right)+24=4\sqrt{6}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})+24$ □

□□□ $\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=1$ □□ $AC\cdot BP$ □□□□□ $24+4\sqrt{6}$ □

□□□B□



11□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0)$ □□□□□□□□ φ □ $f(x)$ □□□ $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$ □□□

□2□□□□□□□3□□□□□ ω □□□□□□□ □

A□ $\left[\frac{8}{3},\frac{16}{3}\right]$　　B□ $\left[4,\frac{16}{3}\right]$　　C□ $\left[4,\frac{20}{3}\right]$　　D□ $\left[\frac{8}{3},\frac{20}{3}\right]$

□□□□B

□□□□

$t=\omega x+\varphi$ □□□□□□ $\sin t=\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□ $y=\sin t$ □ $y=\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ ω □□□□□.

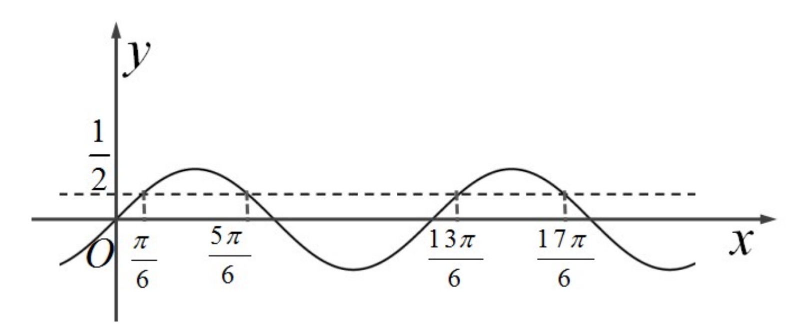
□□□□

□ $f(x)=0$ □□ $\sin(\omega x+\varphi)=\frac{1}{2}$

□ $t=\omega x+\varphi$ □□ $\sin t=\frac{1}{2}$

□□□□□□ $y=\sin t$ □□□ $\left[\frac{\pi}{4}\omega+\varphi,\frac{3\pi}{4}\omega+\varphi\right]$ □□□□□□□□□□□□ t □□□ $\sin t=\frac{1}{2}$ □□ ω □□□□□.

□□ $y=\sin t$ □ $y=\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□□□



□□□□ $\sin t=\frac{1}{2}$ □□□□□□□□ 2π □□□□□□ $2\pi+\frac{2}{3}\pi$ □

□□□□□□□□□

$$2\pi\le\left(\frac{3\pi}{4}\omega+\varphi\right)-\left(\frac{\pi}{4}\omega+\varphi\right)<2\pi+\frac{2}{3}\pi$$

□□□ $4\le\omega<\frac{16}{3}$.

□□□B

□□□□

□□ $y=A\sin(\omega x+\varphi)+B$ □□□□□□□□□□□ $t=\omega x+\varphi$ □□□□□□□ $y=\sin t$ □□□□□□□□□□□.

12□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ R □ $f(x-1)$ □□□□□ $f(x+1)$ □□□□□□ $-1\le x\le 1$ □□

$f(x)=\frac{3^{x+1}-1}{3^x+1}$ □□□□□□□□□□□□□ □

A□ $f(2018)$ B□ $f(2019)$ C□ $f(2020)$ D□ $f(2021)$

□□□□D

□□□□

□□□□□□□ $f(-2-x)+f(x)=0$ □ $f(2-x)=f(x)$ □□□□□ $f(x+8)=f(x)$ □□□□□8□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$f(2018)$ □ $f(2019)$ □ $f(2020)$ □ $f(2021)$ □□□□.

□□□□

□ $f(x-1)$ □□□□□□ $f(x-1)$ □□ $(0,0)$ □□□

$\therefore f(x)$ □□□□□□ $(-1,0)$ □□□□ $f(-2-x)+f(x)=0$ □

□ $f(x+1)$ □□□□□□ $f(x+1)$ □□ $x=0$ □□□

$\therefore f(x)$ □□□□□□□ $x=1$ □□□□ $f(2-x)=f(x)$ □

□ $f(-2-x)+f(2-x)=0$ □

$\therefore f(x-2)+f(x+2)=0$ □□ $f(x+8)=f(x)$ □□□ $y=f(x)$ □□□□8□

$\therefore f(2018)=f(2)=f(0)=1$ □ $f(2019)=f(3)=f(-1)=0$ □ $f(2020)=f(4)=f(-2)=-f(0)=-1$ □

$f(2021)=f(5)=f(-3)=-f(1)=-2$ □□ $f(2021)$ □□□

□□□D

□□□□

□□.

13□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ $\forall x\in(0,+\infty)$ □ $\ln(ax)\le\frac{e^x}{a}$ □□□□□ a □□□□□□　□

A□ e^{-1}　　　　B□1　　　　C□e　　　　D□ e^2

□□□□C

□□□□

□□□□□□ $a>0$ □ $ax\ln(ax)\le e^x\ln e^x$ □□ $0<ax\le1$ □□ $ax\le1<e^x$ □□ $ax>1$ □□□ $f(x)=x\ln x$ □□□□□□□□□□□□ $ax\le e^x$ □

□□□ $a\le\frac{e^x}{x}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $g(x)=\frac{e^x}{x}$ □□□□□□□□□□□ a □□□□.

□□□□

□ $x>0$ □ $ax>0\Rightarrow a>0$ □

□ $\ln(ax)\le\frac{e^x}{a}\Rightarrow a\ln(ax)\le e^x\Rightarrow ax\ln(ax)\le xe^x\Rightarrow ax\ln(ax)\le e^x\ln e^x$ □

① □ $0<ax\le1$ □ $\ln(ax)\le0<\frac{e^x}{a}$ □□□□□ $ax\le1<e^x$ □

② □ $ax>1$ □□ $f(x)=x\ln x$ □ $f'(x)=\ln x+1>0$ □ $(1,+\infty)$ □□□□

$\therefore$ $y=f(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $ax\ln(ax)\le e^x\ln e^x$ □

$\therefore$ $f(ax)\le f(e^x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□ $\Rightarrow ax\le e^x$ □

□□□ $ax\le e^x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□ $ax\le e^x\Rightarrow a\le\frac{e^x}{x}$ □

□ $g(x)=\frac{e^x}{x}$ □ $g'(x)=\frac{e^x x-e^x}{x^2}=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ □

$y=g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

$\therefore$ $g(x)_{\min}=g(1)=e$ □□□ $a\le e$ □

□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□ $a>0$ □ $ax\ln(ax)\le e^x\ln e^x$ □□□ $0<ax\le1$ □ $ax>1$ □□ ax, e^x □□□□□□□□□ a □□□.

14□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $a\ln a>b\ln b>c\ln c=1$ □□□　□

A□ $e^{b+c}\ln a>e^{c+a}\ln b>e^{a+b}\ln c$　　B□ $e^{c+a}\ln b>e^{b+c}\ln a>e^{a+b}\ln c$

C□ $e^{a+b}\ln c>e^{c+a}\ln b>e^{b+c}\ln a$　　D□ $e^{a+b}\ln c>e^{b+c}\ln a>e^{c+a}\ln b$

□□□□C

□□□□

构造函数 $f(x)=x\ln x$，利用导数得出 $a>b>c>1$，构造函数 $g(x)=\dfrac{\ln x}{e^x}$，利用导数证明 $\dfrac{\ln a}{e^a}<\dfrac{\ln b}{e^b}<\dfrac{\ln c}{e^c}$，从而得出

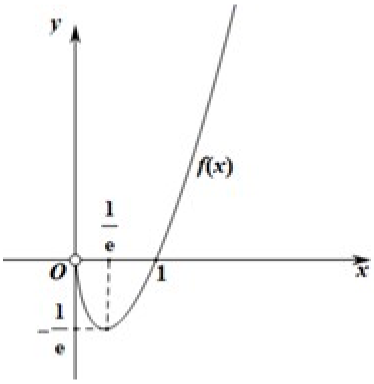
$e^{a+b}\ln c>e^{c+a}\ln b>e^{b+c}\ln a$.

【详解】

令 $f(x)=x\ln x$，则 $f'(x)=1+\ln x$

当 $0<x<\dfrac{1}{e}$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>\dfrac{1}{e}$ 时，$f'(x)>0$

即函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{e}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$ 上单调递增



∵ $f(a)>f(b)>f(c)=1$，由图象易知，$a>b>c>1$

令 $g(x)=\dfrac{\ln x}{e^x}$，则 $g'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}-\ln x}{e^x}$

由于函数 $y=\dfrac{1}{x}-\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，$\ln c=\dfrac{1}{c}$，$\dfrac{1}{c}-\ln c=\dfrac{1}{c}-\dfrac{1}{c}=0$

则 $\dfrac{1}{x}-\ln x=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一解 c，故 $g'(x)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一解 c

即当 $x>c$ 时，$g'(x)<0$，则函数 $g(x)$ 在 $(c,+\infty)$ 上单调递减

即 $g(a)<g(b)<g(c)$，即 $\dfrac{\ln a}{e^a}<\dfrac{\ln b}{e^b}<\dfrac{\ln c}{e^c}$

$\therefore e^b\ln a<e^a\ln b, e^c\ln b<e^b\ln c$

$\therefore e^{b+c}\ln a<e^{a+c}\ln b, e^{a+c}\ln b<e^{a+b}\ln c\Rightarrow e^{b+c}\ln a<e^{a+c}\ln b<e^{a+b}\ln c$

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

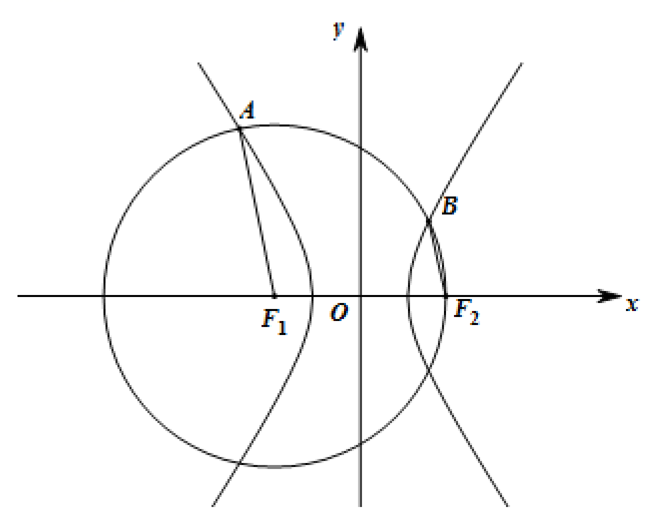
□□□C

□□□□

□□.

15□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ F_1□F_2□□□□□□ C□$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0$□$b>0)$□□□□□□□□

$(x+c)^2+y^2=4c^2$□□□□□□ x□□□□□□□□□□□□□□□ A □ B□□□□□ $\angle AF_1F_2=120$ □□ $\angle BF_2F_1$□□□□□□ □



A□$1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B□$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

C□$\frac{1}{2}$

D□$\frac{\sqrt{3}}{2}$

□□□□A

□□□□

□□ AF_2□ BF_1□□ AF_2□□□ C□ BF_2□□□ D□□□ F_1C□ F_1D□□□□□ $|BF_2|$□$|BF_1|$□□ $Rt\triangle CF_1F_2$□□□□□□□□□□ $\frac{a}{c}=\sqrt{3}-1$□

□□ $Rt\triangle DF_1F_2$ □□□□□□□□□□□□

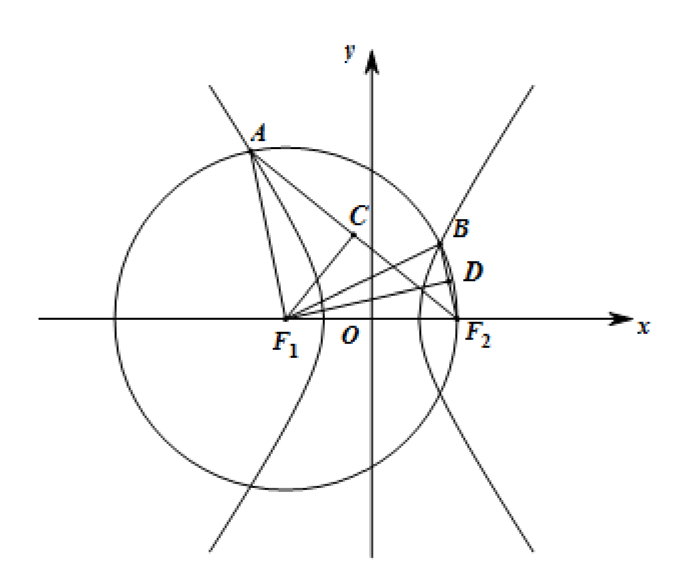
□□□□

□□□□ AF_2 □ BF_1 □□ AF_2 □□□ C □ BF_2 □□□ D □□□ F_1C □ F_1D □

□□□□□□□□□□□ $|AF_1|=|BF_1|=|F_1F_2|=2c$ □ $|AF_2|=2a+2c$ □ $|BF_2|=2c-2a$ □

$\because \angle AF_1F_2=120^\circ$ □ $\therefore Rt\triangle CF_1F_2$ □□ $\sin\angle CF_1F_2=\sin 60^\circ=\frac{|CF_2|}{|F_1F_2|}=\frac{a+c}{2c}$ □

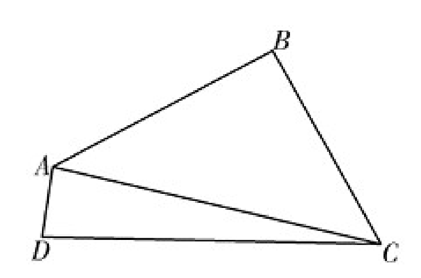
□ $0<a<c$ □ $\therefore \frac{a}{c}=\sqrt{3}-1$ □ $\therefore \cos\angle BF_2F_1=\frac{|DF_2|}{|F_1F_2|}=\frac{c-a}{2c}=\frac{1-\frac{a}{c}}{2}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ □



□□□A.

16□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□ $\triangle ABC$ □□□□ $\triangle ACD$ □□□□ 3 □.□□□□□□ x,y □□

$\overrightarrow{AC}=\left(\frac{1}{x}-3\right)\overrightarrow{AB}+\left(1-\frac{1}{y}\right)\overrightarrow{AD}$ □□□□ $\frac{3}{x}+\frac{1}{y}$ □□□□ □



A□10　　　　B□9　　　　C□8　　　　D□7

□□□□A

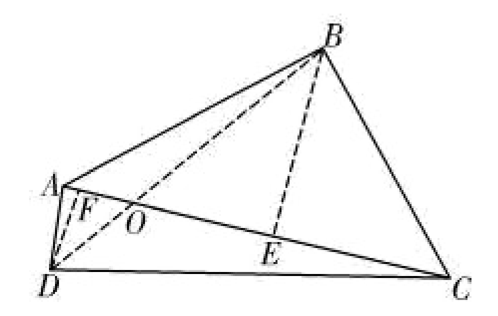
□□□□

□□ BD □□ AC □ BD □□□ O □□□ B □ $BE\perp AC$ □□ E □□□ D □ $DF\perp AC$ □□ F □□□□□□ $3DF=BE$ □□□□ A,O,C □□□

□□□□ x,y □□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□ BD □□ AC □ BD □□□ O □□□ B □ $BE\perp AC$ □□ E □□□ D □ $DF\perp AC$ □□ F.



□ $\triangle ACB$ □□□□ $\triangle ADC$ □□□□ 3 □□□ $3DF=BE$.

□□□□□□□□□□□□□□□ $3DO=OB$ □

□□ $3(DA+AO)=OA+AB$ □□□ $AO=\frac{1}{4}AB+\frac{3}{4}AD$.

□ $AC=\lambda AO=\frac{\lambda}{4}AB+\frac{3\lambda}{4}AD$ □□ $AC=\left(\frac{1}{x}-3\right)AB+\left(1-\frac{1}{y}\right)AD$ □

□□ $\left(1-\frac{1}{y}\right)=3\left(\frac{1}{x}-3\right)$ □□□ $\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=10$.

□□□A.

□□□□□

17．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□）□□ $f''(x)$ □ $y=f(x)$ □□□□ $y=f'(x)$ □□□□□□□□ $f''(x)=0$ □□□□ x_0 □□□□ $(x_0,f(x_0))$ □□□ $y=f(x)$ □“□□”.□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ □□“□□”□□□□□□□“□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□（　）

A．□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

B．□□ $f(x)=x^3-3x^2-3x+5$ □□□□□□□□□ $y=\tan\frac{\pi}{2}x$ □□□□□□

C．□□□□□□ $h(x)$ □□□ $h''(x)=0$ □□□□ x_0 □□□ $(x_0,h(x_0))$ □□□ $y=h(x)$ □□□□

D．□□□ $g(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{12}$ □□ $g\left(\frac{1}{2021}\right)+g\left(\frac{2}{2021}\right)+g\left(\frac{3}{2021}\right)+\cdots+g\left(\frac{2020}{2021}\right)=-1010$

【□□】BCD

【□□】

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A,C □□□□□ $f(x)=x^3-3x^2-3x+5$ □□□□□□□□□□□□□ $(1,0)$ □ $y=\tan\frac{\pi}{2}x$ □□□□□□□□□□□□ B□□□□□ $g(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{12}$ □□□□□□□□ $g(x)+g(1-x)=-1$ □□□□□

$g\left(\frac{1}{2021}\right)+g\left(\frac{2}{2021}\right)+g\left(\frac{3}{2021}\right)+\cdots+g\left(\frac{2020}{2021}\right)=-1010$ □□□□□ D.

【□□】

□□□ A.□□□□□ $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ □

□□ $y=f'(x)$ □□□□□□∴□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□□

□□ B.□ $f(x)=x^3-3x^2-3x+5$ □□ $f'(x)=3x^2-6x-3,f''(x)=6x-6$ □□ $6x-6=0$ □□ $x=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□ $(1,0)$ □

□□ $\frac{\pi}{2}x=\frac{k\pi}{2},k\in Z$ □□ $x=k,k\in Z$ □∴ $f(x)$ □□□□□□□ $y=\tan\frac{\pi}{2}x$ □□□□□□□□□B □□□

□□ C.□□□□□ $h(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ □

□□ $h'(x)=3ax^2+2bx+c, h''(x)=6ax+2b$

□□ $\begin{cases}3ax_0^2+2bx_0+c=0,\\ 6ax_0+2b=0,\end{cases}$ □ $3ac-b^2=0$ □

□□ $3ac-b^2=0$ □□□□□□□ $h(x)$ □□□ $h'(x)=0$ □□□□ x_0 □□□ $(x_0,h(x_0))$ □□□ $y=h(x)$ □□□□□□□ C □□.

□□ D.∵ $g(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{12}$ □∴ $g'(x)=x^2-x, g''(x)=2x-1$ □

□ $g''(x)=2x-1=0$ □□ $x=\frac{1}{2}$ □∵ $g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{12}=-\frac{1}{2}$ □

∴□□ $g(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{12}$ □□□□□□ $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ □∴ $g(x)+g(1-x)=-1$ □

□ $T=g\left(\frac{1}{2021}\right)+g\left(\frac{2}{2021}\right)+g\left(\frac{3}{2021}\right)+\cdots+g\left(\frac{2020}{2021}\right)$ □□□

$$2T=\left[g\left(\frac{1}{2021}\right)+g\left(\frac{2020}{2021}\right)\right]+\left[g\left(\frac{2}{2021}\right)+g\left(\frac{2019}{2021}\right)\right]+\cdots+\left[g\left(\frac{2020}{2021}\right)+g\left(\frac{1}{2021}\right)\right]=-2020$$ □□

$$g\left(\frac{1}{2021}\right)+g\left(\frac{2}{2021}\right)+g\left(\frac{3}{2021}\right)+\cdots+g\left(\frac{2020}{2021}\right)=-1010$$ □□ D □□.

□□:BCD.

18□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 2□□□ F □□□□ CDD_1C_1 □□□□ □

A□□ $\vec{BF}=\frac{1}{2}\left(\vec{BC}+\vec{BD_1}\right)$ □□□□□□ $F-B_1CC_1$ □□□□□□□□ 4π

B□□ $B_1F//$ □□ A_1BD □□ B_1F □□□□□ CD_1

C□□ $C_1F\perp$ □□ A_1CF □□□ F □□□□□

D□□□ E □ BC □□□□□□□ A_1-AB_1E □□□□□□□ $A-FA_1B$ □□□□□

□□□□CD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $F(0,m,n)$ □□□ $0<m<2,0<n<2$ □□ $\vec{BF}=\frac{1}{2}\left(\vec{BC}+\vec{BD_1}\right)$ □□□ $F(0,1,1)$ □□□□□

□ $F-B_1CC_1$ □□□□□□□□ $O(x,y,z)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ O □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A_1BD □□□□□□□□□□ $\vec{B_1F}\cdot\vec{n}=0$ □□□□□□□□□□□□□□ $m+n=2$ □□□□□

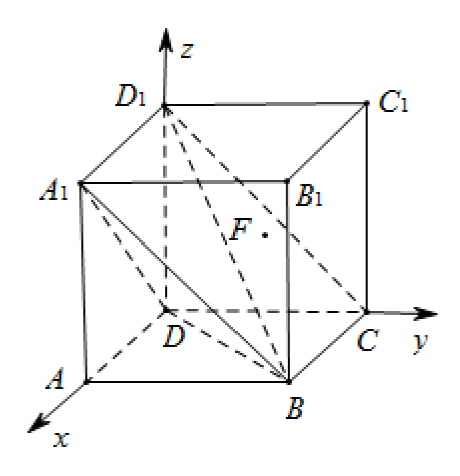
$\vec{B_1F}\cdot\vec{CD_1}=-4m+4$ □□□□ $m=1$ □ $\vec{B_1F}\cdot\vec{CD_1}=0$ □□□□□□B□□□□□ $C_1F\perp$ □□ A_1CF □□□ $\vec{C_1F}\perp\vec{A_1C},\vec{C_1F}\perp\vec{CF}$ □□□□

□□□□□□□□□□□□□ m □ n □□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $V_{A_1-AB_1E}=V_{E-AA_1B_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle AA_1B_1}\cdot EB$ □

$V_{A-FA_1B}=V_{F-AA_1B}=\frac{1}{3}S_{\triangle A_1AB}\cdot BC$ □□□□□□□□□□D□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□



□ $A(2,0,0)$, $B(2,2,0)$, $C(0,2,0)$, $D(0,0,0)$, $A_1(2,0,2)$, $B_1(2,2,2)$, $C_1(0,2,2)$, $D_1(0,0,2)$ □

学科网 www.zxxk.com JP.ZXXK.COM
学科网原创，让学习更容易！
学科网精品频道全力推荐

由于动点F在正方形CDD_1C_1内，可设$F(0,m,n)$，其中$0<m<2, 0<n<2$，

对于A选项，由于$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD_1})$，则$F$为$CD_1$的中点，此时$F(0,1,1)$，

设三棱锥的$F-BCC_1$的外接球的球心为$O(x,y,z)$，

则$\begin{cases}|OC|=|OB|\\|OC|=|OF|\\|OC|=|OC_1|\end{cases}$，即$\begin{cases}x^2+(y-2)^2+z^2=(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2\\x^2+(y-2)^2+z^2=x^2+(y-1)^2+(z-1)^2\\x^2+(y-2)^2+z^2=x^2+(y-2)^2+(z-2)^2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=1\\y=2\\z=1\end{cases}$，所以$O(1,2,1)$，

则三棱锥$F-BCC_1$的外接球的半径为$R=|OC|=\sqrt{2}$，

所以三棱锥的$F-BCC_1$的外接球表面积为$4\pi R^2=4\pi\times(\sqrt{2})^2=8\pi$，故A不正确；

对于B选项，设平面A_1BD的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{A_1B}=(0,2,-2)$，$\overrightarrow{BD}=(-2,-2,0)$，

则$\begin{cases}2y-2z=0\\-2x-2y=0\end{cases}$，令$y=1$，得$x=-1, z=1$，故$\vec{n}=(-1,1,1)$，

而$\overrightarrow{B_1F}=(-2,m-2,n-2)$，若$B_1F//$平面$A_1BD$，则$\overrightarrow{B_1F}\cdot\vec{n}=0$，

则$2+m-2+n-2=0$，即$m+n=2$，所以$F(0,m,2-m)$，

此时$\overrightarrow{B_1F}=(-2,m-2,-m)$，而$\overrightarrow{CD_1}=(0,-2,2)$，

所以$\overrightarrow{B_1F}\cdot\overrightarrow{CD_1}=-2\times0-2\times(m-2)-m\times2=-4m+4$，

当$m=1$时，$-4m+4=0$，此时$\overrightarrow{B_1F}\cdot\overrightarrow{CD_1}=0$，则$B_1F\perp CD_1$，故B不正确；

对于C选项，若$C_1F\perp$平面ACF，则$\overrightarrow{C_1F}\perp\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C_1F}\perp\overrightarrow{CF}$，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□ $\overrightarrow{C_1F}=(0,m-2,n-2)$ □ $\overrightarrow{A_1C}=(-2,2,-2)$, $\overrightarrow{CF}=(0,m-2,n)$ □

□ $\begin{cases}2\times(m-2)-2(n-2)=0\\(m-2)^2+n(n-2)=0\end{cases}$ □□□□ $\begin{cases}m=1\\n=1\end{cases}$ □ $\begin{cases}m=2\\n=2\end{cases}$ □□□□□

□□ $F(0,1,1)$ □□□ F □□□□□□□ $C_1F\perp$ □□ A_1CF □□ C □□□

□□ D □□□□ E □ BC □□□□□□□□ $BC\perp$ □□ A_1ABB_1 □

□□□ A_1-AB_1E □□□□□ $V_{A_1-AB_1E}=V_{E-A_1AB_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle A_1AB_1}\cdot EB$ □

□□ F □□□□ CDD_1C_1 □□□ F □□□ A_1AB □ BC □

□□□ $A-FA_1B$ □□□□ $V_{A-FA_1B}=V_{F-A_1AB}=\frac{1}{3}S_{\triangle A_1AB}\cdot BC$ □

□ $S_{\triangle A_1AB_1}=S_{\triangle A_1AB}, EB=\frac{1}{2}BC$ □□□ $V_{A_1-AB_1E}=\frac{1}{2}V_{A-FA_1B}$ □

□□□□□ A_1-AB_1E □□□□□□□ $A-FA_1B$ □□□□□□□ D □□.

□□□CD.

19□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=2x^2$ □□□□ F □ $M(x_1,y_1)$ □ $N(x_2,y_2)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□（ ）

A□□ F □□□□ $\left(\frac{1}{8},0\right)$

B□□□□ MN □□ F □□ $x_1x_2=-\frac{1}{16}$

C□□ $\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{NF}$ □□ $|MN|$ □□□□□ $\frac{1}{2}$

D□□ $|MF|+|NF|=\frac{3}{2}$ □□□□ MN □□□ P □ x □□□□□ $\frac{5}{8}$

□□□□BCD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A□□□□□□□□□□□ B□□□□□□□□□□□□□□□□ C□□ D□

□□□□

□□A□□□□ $y=2x^2$ □□ $x^2=\frac{1}{2}y$ □□□□ F □□□□ $\left(0,\frac{1}{8}\right)$ □□A□□□

□□B□□□□□ MN □□□□□□□□ MN □□□□ $y=kx+\frac{1}{8}$ □□□ $\begin{cases}y=kx+\frac{1}{8}\\ y=2x^2\end{cases}$ □□□□ $2x^2-kx-\frac{1}{8}=0$ □ $\therefore x_1x_2=-\frac{1}{16}$ □□B□□□

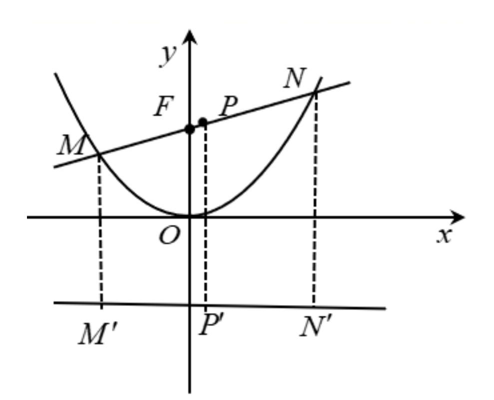
□□C□□ $MF=\lambda NF$ □□ MN □□ F □□ $|MN|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\sqrt{\frac{k^2}{4}+\frac{1}{4}}=\frac{k^2+1}{2}$ □□ $k=0$ □□

$|MN|_{\min}=\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□□□C□□□

□□D□□□□ $x^2=\frac{1}{2}y$ □□□□ $\left(0,\frac{1}{8}\right)$ □□□□□□ $y=-\frac{1}{8}$ □□□ M□N□P□□□□□□□□□ MM'□NN'□PP'□□□□□□ M'□ N'□P'□□□ $|MM'|=|MF|$□$|NN'|=|NF|$□□□ $|MM'|+|NN'|=|MF|+|NF|=\frac{3}{2}$□□□□□ $|PP'|=\frac{|MM'|+|NN'|}{2}=\frac{3}{4}$□□□

□□ MN □□□ P □ x □□□□□ $|PP'|-\frac{1}{8}=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$ □□D□□□

□□□BCD□



□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y^2=2px$ □ AB □□□□□□□□□□□ $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ □□

$y_1y_2=-p^2$□$x_1x_2=\frac{p^2}{4}$□$|AB|=x_1+x_2+p$□$|AB|$□□□ AB □□□□□□□

20□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□ $AB\perp BC$ □ $AB=BC=BB_1$ □ O □ AC □□□□□ P □□

$BP=\lambda BC_1$ □□□ $\lambda\in[0,1]$ □□□ □

A□□ $\forall\lambda\in[0,1]$ □□□□ $A_1P\perp OB_1$

B□□ $\lambda=\frac{1}{3}$ □□□□ A_1P □ AB □□□□□ 30°

C□□ $\lambda=\frac{1}{2}$ □□□□ A_1P □□□ $A_1B_1C_1$ □□□□□□□ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D□□ $\lambda=\frac{1}{2}$ □□□□ A_1P □ OB_1 □□□□□ Q □□ $\frac{PQ}{QA_1}=\frac{1}{2}$

□□□□AD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

∵□□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□ $AB\perp BC$

∴□ B □□□□□□ BA □□□□□ x □□ BC □□□□□ y □□ BB_1 □□□□□ z □□□□□□□□□□□□□ $AB=BC=BB_1=a$

□ $B(0,0,0)$ □ $A(a,0,0)$ □ $C(0,a,0)$ □ $A_1(a,0,a)$ □ $B_1(0,0,a)$ □ $C_1(0,a,a)$

∵ O □ AC □□□□□ P □□ $BP=\lambda BC_1$ □□□ $\lambda\in[0,1]$

∴ $O\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$ □ $P(0,\lambda a,\lambda a)$

A □□□ $A_1P=(-a,\lambda a,\lambda a-a)$ □ $OB_1=\left(-\frac{a}{2},-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$

□ $A_1P\cdot OB_1=(-a,\lambda a,\lambda a-a)\cdot\left(-\frac{a}{2},-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)=0$ □

∴□ $\forall\lambda\in[0,1]$ □□□□ $AP\perp OB_1$

A □□□□□

B □□□□ $\lambda=\frac{1}{3}$ □□ $\overrightarrow{AP}=\left(-a,\frac{1}{3}a,-\frac{2}{3}a\right)$ □ $\overrightarrow{AB}=(-a,0,0)$.□ $\cos\langle\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AB}\rangle=\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AP}|\cdot|\overrightarrow{AB}|}=\frac{a^2}{\frac{\sqrt{14}}{3}a^2}=\frac{3\sqrt{14}}{14}$

□□□ AP □ AB □□□□□□□ 30°

□□ B □□□

C □□□□ $\lambda=\frac{1}{2}$ □□ $\overrightarrow{AP}=\left(-a,\frac{1}{2}a,-\frac{1}{2}a\right)$ □□□□ ABC_1 □□□□ $\vec{m}=(0,0,1)$ □

□□ AP □□□ ABC_1 □□□□□ θ

□ $\sin\theta=\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{m}|}{|\overrightarrow{AP}|\cdot|\vec{m}|}=\frac{\sqrt{6}}{6}$ □□□ $\tan\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$

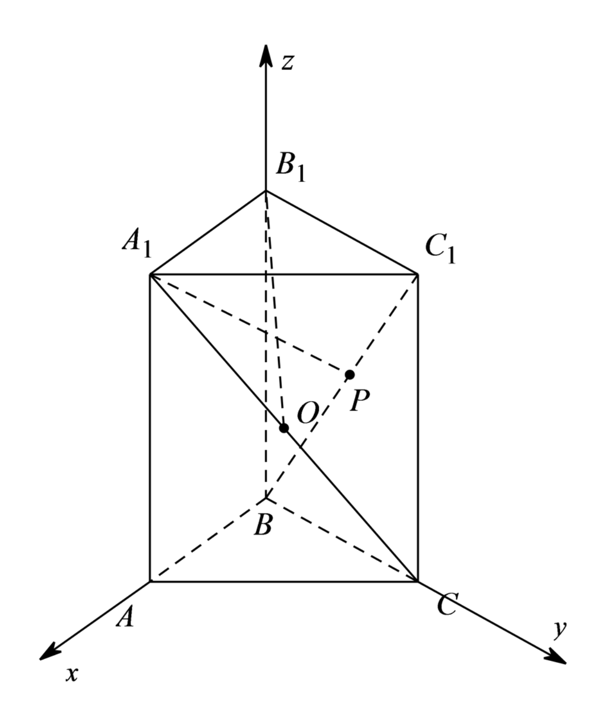
□□ C □□□

□□ D□□ $\lambda=\frac{1}{2}$ □□ $Q\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$ □ $P\left(0,\frac{1}{2}a,\frac{1}{2}a\right)$

∴ $\overrightarrow{OP}=\left(-\frac{a}{2},0,0\right)$ □ $\overrightarrow{AB}=(-a,0,0)$ □ □ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{OP}$ □

∴ $AB\parallel OP$ □□□ $\lambda=\frac{1}{2}$ □□□□ AP □ OB_1 □□□□□ Q □□ $\frac{PQ}{QA}=\frac{PO}{AB}=\frac{1}{2}$

□□□ D □□.



□□□AD

21．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases} e^{x+1}+m, x<1 \\ x+1-\ln x, x\geq 1 \end{cases}$ □□□□ $[2,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □

A．$m\geq 1$

B．$f(f(-2)) < f(-m-1)$

C．$f(\ln(m+2)) < f(m+1)$

D．$f\left(\frac{\ln 2}{2}\right) > f\left(\frac{1}{e}\right)$

□□□□ACD

□□□□

□□□□□ $(-\infty,1)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ m □□□□□□□□□□ A □□□□□□□ $(-\infty,1)$ □□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□ $f(x)$ □

$[1,+\infty)$ □□□□□□□□ $h(x)=x+1-\ln(x+2),(x\geq 1)$ □□□□□□ $h(x)$ □ $[1,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□ $m+1$ □ $\ln(m+2)$ □□□□□□□□

□□ C □□ $g(x)=\frac{\ln x}{x}$ □□□□□□ $g(x)$ □ $(0,e]$ □□□□□□□□□□□□□□□ $(-\infty,1)$ □□□□□□□□□□□ D.

□□□□

□□□□ $x\leq 1$ □□ $f(x)=x+1-\ln x$ □□ $f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}\geq 0$ □

□□□□ $f(x)$ □ $[1,+\infty)$ □□□□ $f(x)\ge f(1)=2$ □

□ $x<1$ □□ $f(x)=e^{x+1}+m$ □ $(-\infty,1)$ □□□□

□ $f(x)>f(1)=1+m\ge 2$ □□□ $m\ge 1$ □□ A □□□

□ $-m-1\le -2$ □□□ $f(-2)\le f(-m-1)$ □□ B □□□

□ $m+2\ge 3$ □□ $\ln(m+2)>1$ □

□ $h(x)=x+1-\ln(x+2),(x\ge 1)$ □

□ $h'(x)=1-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{x+1}{x+2}>0$ □□□□□ $h(x)$ □ $[1,+\infty)$ □□□□

□□ $h(x)\ge h(1)=2-\ln 3>0$ □

□□ $x+1>\ln(x+2)$ □□ $m+1>\ln(m+2)$ □

□□ $f(\ln(m+2))<f(m+1)$ □□ C □□□

□ $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ □□ $g'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ □

□ $0<x\le e$ □□ $g'(x)\le 0$ □□□□□ $g(x)$ □ $(0,e]$ □□□□

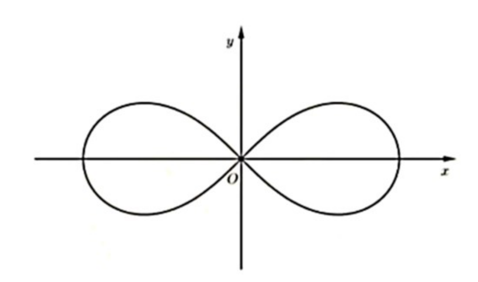
□□ $g(2)<g(e)$ □□ $\dfrac{\ln 2}{2}<\dfrac{1}{e}<1$ □

□□ $f\left(\dfrac{\ln 2}{2}\right)>f\left(\dfrac{1}{e}\right)$ □□ D □□.

□□□ACD.

22□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“8”□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $C:(x^2+y^2)^2=4(x^2-y^2)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □



A□□□ C □□ 7 □□□(□□□□□□□□□□□□)

B□□□ C □□□□□□□□□□ O □□□□□□□ 2

C□□□ C □□□□ y□x □□□□□□□□ $(x^2+y^2)^2=4(y^2-x^2)$

D□□$|k|\geq1$□□□□ y□kx □□□ C □□□□□□

□□□□BCD

□□□□

□□□□□□ 3□A □□□□□□□□□□□□□ B □□□(x□y)□ y□x □□□□□(y□x)□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□ D □□□□□□□.

□□□□

$(x^2+y^2)^2=4(x^2-y^2)\leq4(x^2+y^2)$□□ $x^2+y^2\leq4$□$\sqrt{x^2+y^2}\leq2$□□ $x^2=4,y^2=0$□□□□□B □□

$x=0$□□ $y=0$□□□(0□0)□$|x|=1$□□ $y^2=2\sqrt{3}-3\in(0,1)$□$|x|=2$□□ $y^2=0$□□□(□2□0)□(2□0)□□ 3 □□□□A □□

□□□□□□□□□(x□y)□ y□x □□□□□(y□x)□∴$(x^2+y^2)^2=4(y^2-x^2)$□C □□

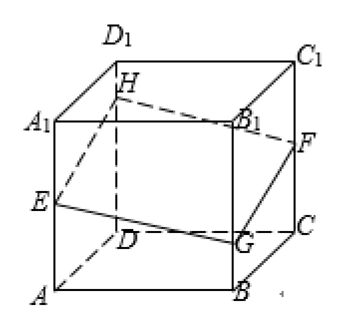
$$\begin{cases}(x^2+y^2)^2=4(x^2-y^2)\\ y=kx\end{cases}$$ □□ y □□ $x^2\left[(k^2+1)x^2-4(1-k^2)\right]=0$□$|k|\geq1$□

$(k^2+1)^2x^2-4(1-k^2)\geq0$□□□ $x=0$□□□□□□□□(0□0)□D □□

□□□BCD.

23□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 1□E□F □□□□ AA_1, CC_1 □□□□□□ E□F □□□□□□

□ BB_1, DD_1 □□□ G□H□□□□□□□□□□□□□（　）



A．□□□□□□□□□□ 3π

B．□□□ $EGFH$ □□□ $ABCD$ □□□□□□□ $\frac{\pi}{4}$

C．□□□ C_1-EGFH □□□□□

D．□□ B_1 □□□ $EGFH$ □□□□□□□ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

□□□□ACD

□□□□

□□□□□□□□□ A □□□□□□□□ $\angle D_1BD<\frac{\pi}{4}$ □B □□□□□ $V_{C_1-EGFH}=\frac{1}{6}$ □C □□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□□□□.

□□□□

□□ A□ $R=\frac{\sqrt{3}}{2},S=4\pi R^2=3\pi$ □□□□

□□ B□□□□□□□□□□ $EBFD_1$ □□□ EB_1FD □□□ $\angle D_1BD<\frac{\pi}{4}$ □□□□

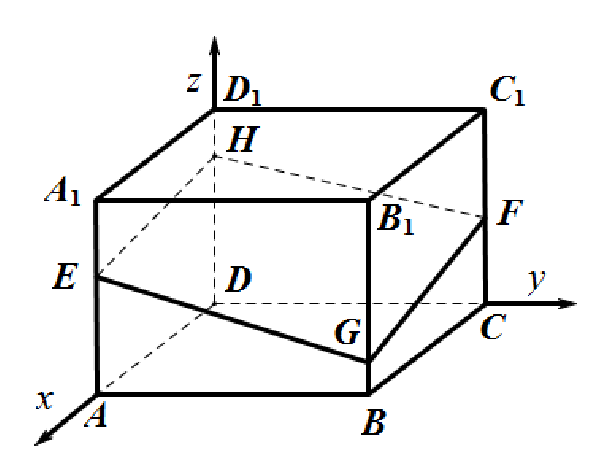
□□ C□ $V_{C_1-EGFH}=V_{C_1-EHF}+V_{C_1-EGF}=2V_{C_1-EGF}=2V_{E-C_1GF}=2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ □□□□

□□ D□□□□□□□□□□□□□□□□□ $H(0□0□m)$□

□□□ $EGFH$ □□□□□ $\vec{n}=(x,y,z)$ □□ $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=-x+y=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EH}=-x+\left(m-\frac{1}{2}\right)z=0\end{cases}$□

□ $z=1$ □□ $\vec{n}=(m-\frac{1}{2},m-\frac{1}{2},1)$□

$d=\frac{\overrightarrow{EB_1}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}=\frac{m}{\sqrt{2m^2-m+\frac{3}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2m^2}-\frac{2}{m}+2}}\le\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}-2+2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ □ $m=1$ □□□□□□□□.



□□□ACD.

24□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A'B'C'D'$ □□□□ 2 □ Q □□ AA' □□□□ M,N □□□□ $C'D',CD$ □□

□□□□□□□□□□□ QM,QN □□□ $ABB'A'$ □□□□□ α,β □□ $\tan^2\alpha+\tan^2\beta=4$ □□□ □

A□□□□ M,N □□ $MN//AA'$

B□ $DM\cdot DN$ □□□

C□□□□ M,N □□ $MN=\frac{5}{2}$

D□□□□ M,N □□ $MN\perp CQ$

□□□ABCD

□□□□

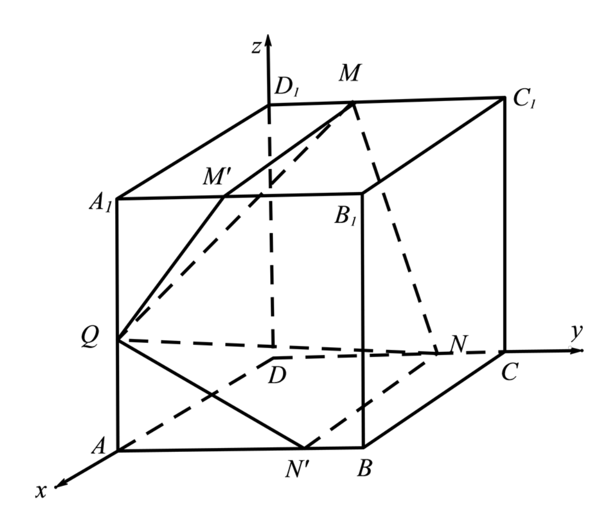
□□□□□□ D □□□□□□□□□□□□□ $M(0,m,2)$ □ $N(0,n,0)$ □□ $MM'\perp AB_1$ □ $NN'\perp AB$ □□ $\angle MQM'=\alpha$ □

$\angle NQN'=\beta$ □□□ $\tan^2\alpha+\tan^2\beta=4$ □□ $mn=1$.□□ACD□□□□□□□□□□□□□□ m□n □□□□□□□□B □□

$\vec{DM}\cdot\vec{DN}=mn=1$ □□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□ D □□□□□□□□□□□□□



□ $Q(2,0,1)$ □ $C(0,2,0)$ □□ $M(0,m,2)$ □ $N(0,n,0)$ □□ $MM'\perp A_1B_1$ □ $NN'\perp AB$ □

□ $\angle MQM'=\alpha$ □ $\angle NQN'=\beta$ □ $M'(2,m,2)$ □ $N'(2,n,0)$ □

□□ $MM'=NN'=2$ □ $QM'=\sqrt{m^2+1}$ □ $QN'=\sqrt{n^2+1}$ □

□ $\tan\alpha=\frac{MM'}{QM'}=\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$ □ $\tan\beta=\frac{NN'}{QN'}=\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ □

□ $\tan^2\alpha+\tan^2\beta=4$ □□ $\frac{4}{m^2+1}+\frac{4}{n^2+1}=4$ □ $m,n\in[0,2]$ □

□ $\frac{1}{m^2+1}=1-\frac{1}{n^2+1}=\frac{n^2}{n^2+1}$ □□ $m^2+1=\frac{n^2+1}{n^2}$

□□ $mn=1$ □

□□A□ $MN//AA'$ □□ $m=n$ □□□ $m=n=1$ □□□□□□□A □□□

□□B□ $\vec{DM}\cdot\vec{DN}=mn=1$ □□□□□□B □□□

□□C□□ $MN=\frac{5}{2}$ □□ $\sqrt{(m-n)^2+4}=\frac{5}{2}$ □□□ $m=2,n=\frac{1}{2}$ □ $m=\frac{1}{2},n=2$ □□C □□□

□□D□ $\vec{CQ}=(2,-2,1)$ □ $\vec{MN}=(0,n-m,-2)$ □□ $MN\perp CQ$ □

□ $\vec{CQ}\cdot\vec{MN}=-2(n-m)-2=0$ □□□ $n=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ □ $m=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ □□D □□□

□□□ABCD

25□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□ $(-1,1)$ □□ $f(\frac{1}{2})=1$ □□ $f(x)-f(y)=f(\frac{x-y}{1-xy})$ □□□ □

A□ $f(0)=0$

B□ $f(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□

C□□ $\forall x\in(0,1)$ □ $f(x)>0$ □□□□ $f(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□

D□□ $x_{n+1}=\frac{2x_n}{1+x_n^2}$ □ $x_1=\frac{1}{2}$ □□ $f(x_n)=2^{n-1}$

□□□□ACD

□□□□

□□□□□□□□ABD □□□C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $x=y=0\Rightarrow\ f(0)=0$ □□A □□□

□□B□□ $x=0\Rightarrow -f(y)=f(-y)\Rightarrow\ f(-x)=-f(x)$ □

$\therefore f(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□□□B □□

□□C□□□ $x_1,x_2\in(-1,1)$ □ $x_1<x_2$ □

□ $f(x_2)-f(x_1)=f(\frac{x_2-x_1}{1-x_1x_2})$

□ $(1+x_1)(1-x_2)>0\Rightarrow 1-x_2+x_1-x_1x_2>0\Rightarrow\ x_2-x_1<1-x_1x_2\Rightarrow 0<\frac{x_2-x_1}{1-x_1x_2}<1$

□ $\forall x\in(0,1),f(x)>0$

$\therefore f(\frac{x_2-x_1}{1-x_1x_2})>0\Rightarrow\ (x_1)<f(x_2),$

$\therefore f(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□□□C □□□

□□ D□□□□□□ $y=-x\Rightarrow 2f(x)=f(\frac{2x}{1+x^2})$,

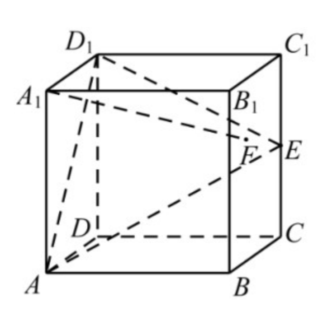
□ $x=x_n$, $2f(x_n)=f(\frac{2x_n}{1+x_n^2})=f(x_{n+1})$,

$\therefore \frac{f(x_{n+1})}{f(x_n)}=2$, $f(x_1)=1$

$\therefore \{f(x_n)\}$ □□□□1□□□□2□□□□□□ $f(x_n)=2^{n-1}$ □□ D □□.

□□□ACD

26．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ AC_1 □□ E □□ CC_1 □□□□ F □□□ BCC_1B_1 □□□□□□ A_1F □□□ D_1AE □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □



A□□ F □□□□□□□□　　　　B□ A_1F □ BE □□□□□

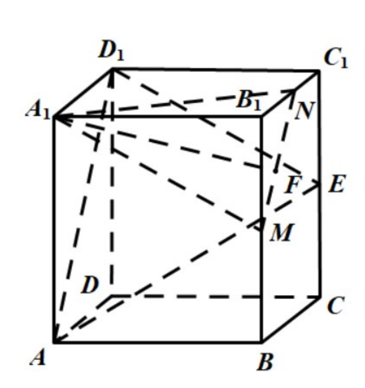
C□ A_1F □ D_1E □□□□□　　　　D□□□□ $F-ABD_1$ □□□□□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□□□□ $A_1MN//$ □□ D_1AE □□□□□□□□□□□□□□□□□ F □□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□



□□□□□□□ BB_1, B_1C_1 □□□ M, N ,□□ A_1M, MN, A_1N,

□□□□□ AC_1 □□□ $MN//AD_1$,

$MN\not\subset$ □ D_1AE □ $AD_1\subset$ □ D_1AE □□□ $MN//$ □ D_1AE □

$A_1M//D_1E$ □ A_1MË □ D_1AE □ $D_1E\subset$ □ D_1AE □□□ $A_1M//$ □ D_1AE □

□ $MN\cap A_1M=M$

□□□□ $A_1MN//$ □□ D_1AE □

□□ A_1F □□□ D_1AE □□□□□□□ $A_1F\not\subset$ □□ D_1AE □

□□□□ A_1F □□□ D_1AE □□□

□□ $A_1F\subset$ □ A_1MN □

□□ F □□□ BCC_1B_1 □□□□□□□ $A_1MN\cap$ □ $BCC_1B_1=MN$ □

□□□ F □□□□□□ MN □□□□A□□□

□□□□□ A_1F □ BE □□□□□□□□□B□□□

□□ F □□ M □□□□□□ A_1F □□□ D_1E □□□□□□C□□□

□□ $MN//AD_1$ □ $MN\not\subset$ □ ABD_1 □ $AD_1\subset$ □ ABD_1 □

□□ $MN//$ □ ABD_1 □□□ F □□□ ABD_1 □□□□□□□

□□□□ ABD_1 □□□□□□□□□□□□□ $F-ABD_1$ □□□□□□□□□□D□□.

□□□ABD.

□□□□

□□□.

27□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ x□y□z □□ $z\cdot\ln x = z\cdot e^{y} = 1$.□□□□□□□□□□□□□□（　□

A□ $x>y>z$　　B□ $x>z>y$

C□ $z>x>y$　　D□ $z>y>x$

□□□□ABC

□□□□

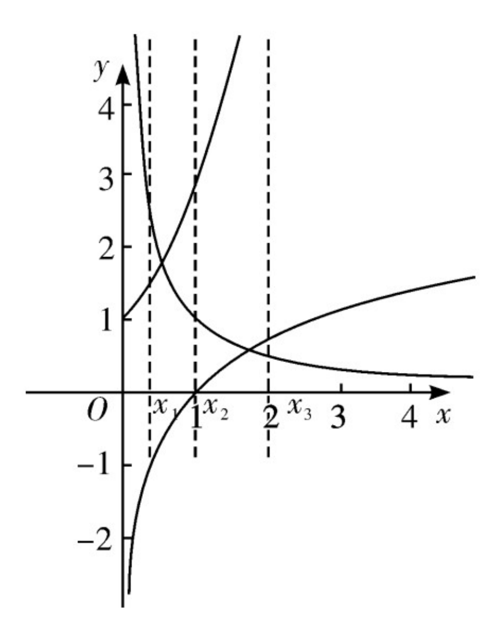
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $\ln x = e^{y} = \frac{1}{z} = k$ □ $k>0$ □□ $x=e^{k}$ □ $y=\ln k$ □ $z=\frac{1}{k}$ □□□□□□□□□□□□□□□ $k=x_1$ □□ $z>x>y$ □□ $k=x_2$ □□ $x>z>y$ □

□ $k=x_3$ □□ $x>y>z$ □

□□□ABC



学科网 www.zxxk.com JP.ZXXK.COM
学科网原创，让学习更容易！
学科网精品频道全力推荐

28.（2021·江苏·无锡市第一中学高三阶段练习）已知 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 是平面内两个夹角为 $120°$ 的单位向量，点 C 在以 O 为圆心的 $\overset{\frown}{AB}$ 上运动，若 $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$（$x$，$y\in R$）．下列说法正确的有（）

A. 当 C 位于 $\overset{\frown}{AB}$ 中点时，$x=y=1$

B. 当 C 位于 $\overset{\frown}{AB}$ 中点时，$x+y$ 的值最大

C. $\overrightarrow{OC}$ 在 $\overrightarrow{OA}$ 上的投影向量的模的取值范围为 $\left[\frac{1}{2},1\right]$

D. $\overrightarrow{OC}\cdot(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$ 的取值范围为 $\left[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right]$

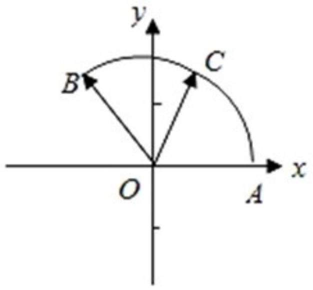
【答案】ABD

【分析】

依题意建立适当的直角坐标系，得到相关点的坐标，使得相应的向量运算转化为代数运算或三角函数问题进行讨论即可．

【详解】

由题意，以 O 为原点，OA 为 x 轴的正向，建立如图所示的坐标系，



设 $C(\cos\theta,\sin\theta)$，$0\le\theta\le120°$

可得 $A(1,0)$，$B\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

A: 当 C 为弧 AB 的中点时，$\theta=60°$，$\therefore C\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

∴□ $\overrightarrow{OC}=x(1,0)+y\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$□□

$x-\frac{1}{2}y=\frac{1}{2}$□$\frac{\sqrt{3}}{2}y=\frac{\sqrt{3}}{2}$□∴$x$□1□$y$□1□∴$A$□□□

B□□$\overrightarrow{OC}=x(1,0)+y\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$□□

$x-\frac{1}{2}y=\cos\theta$□$\frac{\sqrt{3}}{2}y=\sin\theta$□∴$\frac{3}{2}y=\sqrt{3}\sin\theta$□

∴$x+y=\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta=2\sin(\theta+30^\circ)$□

∵$0\le\theta\le120^\circ$□∴$30^\circ\le\theta+30^\circ\le150^\circ$□

∴□$\theta=60^\circ$□□$x+y$□□□□2□□□C□□AB□□□□∴B□□□

C□□$OC\perp OA$□□OC□OA□□□□0□∴C□□□

D□∵$\overrightarrow{OC}\cdot(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})=(\cos\theta,\sin\theta)\cdot\left(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{3}{2}\cos\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$

$=\sqrt{3}\cos(\theta+30^\circ)$□

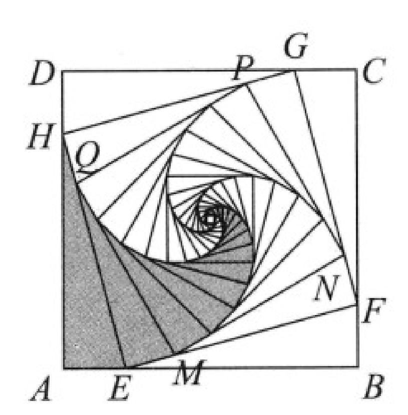
∵$0\le\theta\le120^\circ$□∴$30^\circ\le\theta+30^\circ\le150^\circ$□

∴$\cos(\theta+30^\circ)\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$□∴$\overrightarrow{OC}\cdot(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})\in\left[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right]$□∴$D$□□□

□□□ABD□

29□□2021·□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□”□“□□”.□□□1□□□□$ABCD$□□□□□□□□□□$EFGH$□□□□$\angle BEF=15^\circ$□□□□□□$EFGH$□□□□□□$MNPQ$□□□□$\angle FMN=15^\circ$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□n□□□□□□□□a_n(□□□1□□□□$ABCD$□□□□$a_1=AB$□□2□□□□$EFGH$□□□□$a_2=EF$□…)□□n□□

□□□□(□□□□)□□□□ S_n(□□□ 1 □□□□□□ AEH □□□□ S_1 □□ 2 □□□□□□ EQM □□□□ S_2 □…)□□□ （ ）



A□□□ $\{a_n\}$ □□□□ $\frac{2}{3}$ □□□□□

B□ $S_1=\frac{1}{12}$

C□□□ $\{S_n\}$ □□□□ $\frac{4}{9}$ □□□□□

D□□□ $\{S_n\}$ □□ n □□ $T_n<\frac{1}{4}$

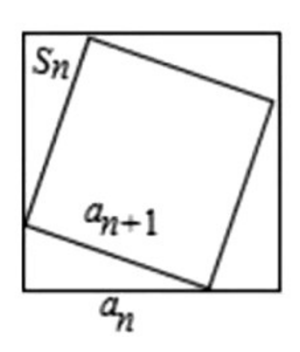
□□□□BD

□□□□

□□□ $a_n=\frac{\sqrt{6}}{2}a_{n+1}$ □□ $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ □□□ A□□□□ $S_n=\frac{1}{8}\times(\frac{2}{3})^n$ □□□□ B □ C□□□□□ $T_n=\frac{1}{4}\left[1-(\frac{2}{3})^2\right]$ □□□□ D.

□□□□

□□□



□□□ $a_n=a_{n+1}(\sin15^\circ+\cos15^\circ)=a_{n+1}\times\sqrt{2}\sin(15^\circ+45^\circ)=\frac{\sqrt{6}}{2}a_{n+1}$ □

□□ A□ $a_n=\frac{\sqrt{6}}{2}a_{n+1},\therefore\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ □□□ $\{a_n\}$ □□□□ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ □□□□□□□ A □□□□

□□ BC□□□ $a_n=1\times(\frac{\sqrt{6}}{3})^{n-1}=(\frac{\sqrt{6}}{3})^{n-1}$ □□□ $S_n=\frac{a_n^2-a_{n+1}^2}{4}=\frac{1}{4}\left[(\frac{2}{3})^{n-1}-(\frac{2}{3})^n\right]=\frac{1}{8}\times(\frac{2}{3})^n$ □

□□□□ $|S_n|$ □□□□ $\frac{1}{12}$ □□□□ $\frac{2}{3}$ □□□□□□□ B □□□C □□□□

□□ D□□□ $T_n=\frac{\frac{1}{12}\left[1-(\frac{2}{3})^n\right]}{1-\frac{2}{3}}=\frac{1}{4}\left[1-(\frac{2}{3})^n\right]<\frac{1}{4}$ □□ D □□□

□□□BD.

□□□□

□□.

30□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□ n □□□ S_n □□□□□□□□□□□

A□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $S_n>0$ □□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□

B□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $a_1>0$ □ $S_3=S_{10}$ □□ S_n □□□□□ $n=6$ □ 7 □□□

C□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□ $S_{2021}\cdot a_{2021}>0$ □□□

D□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□ $\{2^{a_n}\}$ □□□□□□.

□□□□ABC

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ A□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $S_n>0$ □□□□□□□ $d>0$ □□ $\{a_n\}$ □□□□□□□ A □□□

□□ B□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $a_1>0$ □□□□□ d □□ $S_3=S_{10}$ □□

$3a_1+\frac{3\times2}{2}d=10a_1+\frac{10\times9}{2}d$ □□ $a_1=-6d$ □□ $a_n=(n-7)d$ □

□□□□ $n\le7$ □□ $a_n\ge0$ □ $a_7=0$ □□ S_n □□□□□ $n=6$ □ 7 □□□□ B □□□

□□ C□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□

□ $S_{2021}\cdot a_{2021}=\frac{a_1\left(1-q^{2021}\right)}{1-q}\cdot a_1\cdot q^{2020}=a_1^2\cdot q^{2020}\cdot\frac{1-q^{2021}}{1-q}>0$□□□□□ C □□□

□□ D□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□$2^{a_n}=2^{a_1\cdot q^{n-1}}$□

□□$\frac{2^{a_{n+1}}}{2^{a_n}}=2^{a_{n+1}-a_n}=2^{a_1\left(q^n-q^{n-1}\right)}$□□□□□□$\{2^{a_n}\}$□□□□□□□□ D □□.

□□□ABC.

□□□□

□□□.

31．（2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□）□□□□ $f(x)=\begin{cases}x, x>0\\ e^{2x}, x\le 0\end{cases}$，$g(x)=e^x$（$e$□□□□□□□□□□□□□），□□□□ x □□□

$g(f(x))-m=0$ □□□□□□□□ x_1，x_2 □□ $x_1<x_2$，□□ x_2-x_1 □□□□□□□（　）

A．$\frac{1}{2}(1-\ln 2)$　　B．$1-\ln 2$　　C．$\frac{1}{2}+\ln 2$　　D．$\frac{1}{2}(1+\ln 2)$

□□□□CD

□□□□

□□□□□□□□□ $x_1=\frac{1}{2}\ln(\ln m)$，$x_2=\ln m$，□□□$1<m<e$□□□□□$x_2-x_1=\ln m-\frac{1}{2}\ln(\ln m)$，□□□□□□□□□□□□□ x_2-x_1 □□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $g(f(x))-m=0$ □□□□

$\begin{cases}x>0\\ e^x=m\end{cases}$，$\begin{cases}x\le 0\\ e^{2x}=m\end{cases}$□□□□□□□□□□□□ x_1，x_2，□□ $x_1<x_2$，

□ $m>1$，x_2 □□□ $\begin{cases}x>0\\ e^x=m\end{cases}$ □□□ x_1 □ $\begin{cases}x\le 0\\ e^{2x}=m\end{cases}$ □□.

□ $x_2=\ln m$，$e^{2x_1}=\ln m$，□□ $x_1=\frac{1}{2}\ln(\ln m)$，

□□ $x_1<0$ □□ $\ln m<1$ □ $m<e$ □□ $1<m<e$ □

□ $x_2-x_1=\ln m-\frac{1}{2}\ln(\ln m)$ □□ $s=\ln m\in(0,1)$ □ $g(s)=s-\frac{1}{2}\ln s$ □

□ $g'(s)=1-\frac{1}{2s}=\frac{2s-1}{2s}$ □

□ $0<s<\frac{1}{2}$ □□ $g'(s)<0$ □□ $\frac{1}{2}<s<1$ □□ $g'(s)>0$ □

□ $g(s)$ □ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□ $\left(\frac{1}{2},1\right)$ □□□□

□ $g(s)$ □ $(0,1)$ □□□ $\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2,+\infty\right)$ □

□□ $1-\ln 2-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln 2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\ln 2=\frac{1-3\ln 2}{2}<0$ □ $\frac{1}{2}(1-\ln 2)<\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$ □

$\frac{1}{2}+\ln 2>\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$.

□□□CD.

□□□□

□□.

32．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□ $f(x)=x(\ln x-2ax)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □ $x_1<x_2$ □□□□（　）

A．$0<a<\frac{1}{4}$　　B．$x_1+x_2<2$　　C．$f(x_1)<0$　　D．$f(x_2)>-\frac{1}{2}$

□□□□ACD

□□□□

□ $f'(x)=0$ □□ $4a=\frac{1+\ln x}{x}$ □□□ $y=4a$ □ $g(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ □□□□□□□□□ AB□

□□□□□□□□□□ CD

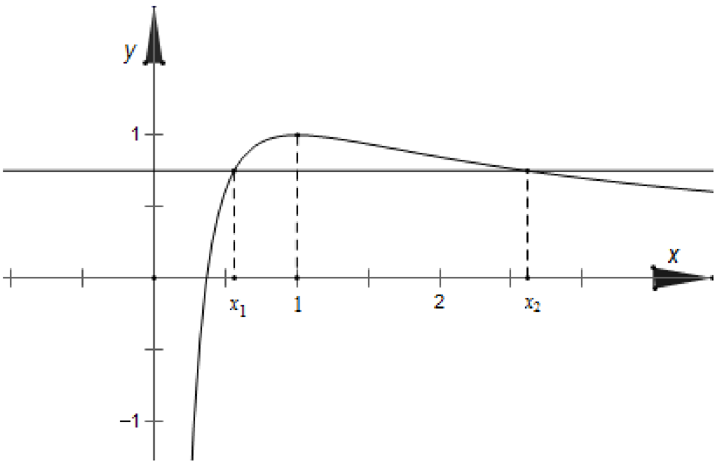
□□□□

□ $f'(x)=\ln x+1-4ax$ □ $(x>0)$ □□ $f'(x)=0$ □□ $4a=\frac{1+\ln x}{x}$ □

□ $g(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ □□ $g'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$ □

$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

作出 $y=4a$，$g(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$ 的大致图象，



当 $0<a<\dfrac{1}{4}$ 时，$f(x)=0$ 有两个根，x_1，x_2 且 $x_1<1<x_2$，故 A 正确；

当 $a\to 0$ 时，$x_1+x_2\to +\infty$，故 B 错误；

又函数 $f(x)$ 在区间 $(0,x_1)$ 上递减，在区间 (x_1,x_2) 上递增，在区间 $(x_2,+\infty)$ 上递减，

$\therefore f(x_1)<f(1)=-2a<0$，$f(x_2)>f(1)=-2a>-\dfrac{1}{2}$，故 CD 正确；

故选：ACD.

33.（2021·湖北·石首市第一中学高三阶段练习）已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$，则下述结论中错误的是（　　）

A. 若 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 4 个零点，则 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 2 个极小值点

B. 若 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 4 个零点，则 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{2\pi}{15}\right)$ 上单调递增

C. 若 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 4 个零点，则 ω 的范围是 $\left[\dfrac{15}{8},\dfrac{19}{8}\right)$

D. 若 $f(x)$ 图象关于 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 对称，且在 $\left(\dfrac{\pi}{18},\dfrac{5\pi}{36}\right)$ 单调，则 ω 的最大值为 11

【答案】BD

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

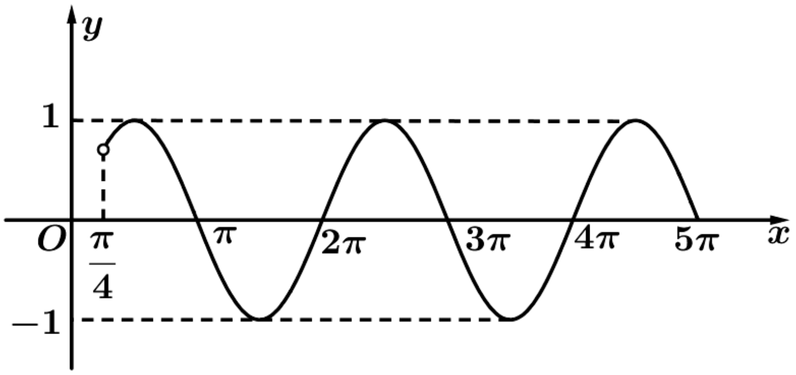
【分析】

利用正弦函数的图象和性质对每一个选项逐一分析判断得解.

【详解】

因为 $0\le x\le 2\pi$，$\therefore 0\le \omega x\le 2\omega\pi$，$\therefore \frac{\pi}{4}\le \omega x+\frac{\pi}{4}\le 2\omega\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in Z$，因为 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有4个零点，所以

$4\pi\le 2\omega\pi+\frac{\pi}{4}<5\pi$，所以 $\frac{15}{8}\le \omega<\frac{19}{8}$.所以选项C正确;



此时，$f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有2个极小值点，故选项A正确;

因为 $0<x<\frac{2}{15}\pi$，$\therefore 0<\omega x<\frac{2}{15}\omega\pi$，$\therefore \frac{\pi}{4}<\omega x+\frac{\pi}{4}<\frac{2}{15}\omega\pi+\frac{\pi}{4}$，

因为 $\frac{15}{8}\le \omega<\frac{19}{8}$，所以当 $\omega=2$ 时，所以 $\frac{\pi}{4}<\omega x+\frac{\pi}{4}<\frac{31}{60}\pi$，此时函数不是单调函数，所以选项B错误;

若 $f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，则 $\frac{\omega\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)$，$\therefore \omega=1+4k(k\in Z)$.

$\therefore \frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}\ge\frac{5\pi}{36}-\frac{\pi}{18}=\frac{\pi}{12}$，$\therefore \omega\le 12$，▯ $\omega=4k+1(k\in Z)$，$\therefore \omega_{max}=9$.

当 $\omega=9$ 时，$f(x)=\sin\left(9x+\frac{\pi}{4}\right)$，当 $x\in\left(\frac{\pi}{18},\frac{5\pi}{36}\right)$ 时，$\frac{3\pi}{4}<9x+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}$，

此时，函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{18},\frac{5\pi}{36}\right)$ 上单调递减，故 ω 的最大值为9. 故选项D错误.

故选：BD

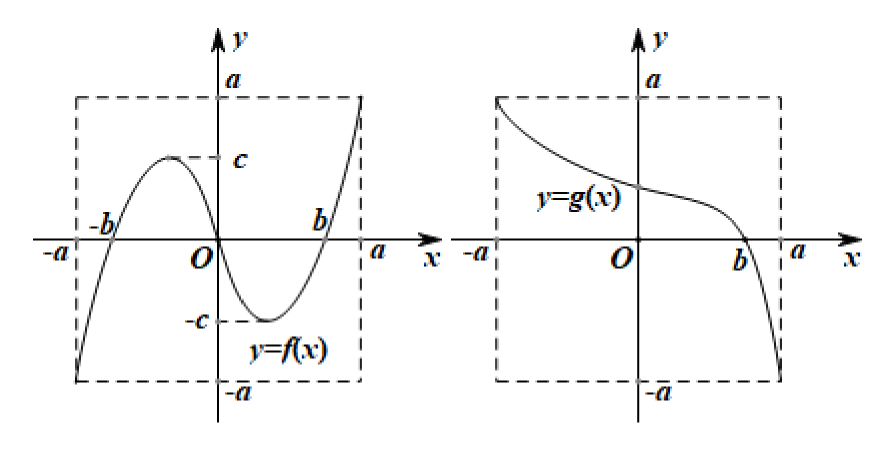
【点睛】

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ □□□□□ $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ □□□□□□□□□ $\omega x+\varphi$ □□□□□

□□□ $y=\sin x$ □□□□□□□□□□□□□□□□ ω □□□□□

34□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $[-a,a]$ □□□ $y=f(x)$ □ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□ $a>c>b>0$ □□□□□

□□□□□□□□□□□ □



A□□□ $f[g(x)]=0$ □□□□□□□　　B□□□ $g[f(x)]=0$ □□□□□□□

C□□□ $f[f(x)]=0$ □□□□□□□　　D□□□ $g[g(x)]=0$ □□□□□□□

□□□□AD

□□□□

□□□□ $t=g(x)$ □ $t=f(x)$ □□□□□ $y=f(x)$ □ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□A□□□ $t=g(x)$ □□□ $f[g(x)]=0$ □□ $f(t)=0$ □

□ $t=0$ □□□ $t=g(x)$ □□□□□□□□

□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□A□□□

□□B□□□ $t=f(x)$ □□□ $g[f(x)]=0$ □□ $g(t)=0$ □□□ $t=b$ □

□□ $c>b>0$ □□□ $f(x)=b$ □□3□□□□□B□□□□

□□C□□□ $t=f(x)$ □□ $f[f(x)]=0$ □□ $f(t)=0$ □

□ $t=-b$ □ $t=0$ □ $t=b$ □□ $f(x)=-b$ □ $f(x)=0$ □ $f(x)=b$ □

□□ $a>c>b>0$ □□□□□□□□□□3□□□□□□□9□□□□□C□□□

□□D□□□ $t=g(x)$ □□ $g[g(x)]=0$ □□ $g(t)=0$ □□□ $t=b$ □

□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□ $g(x)=b$ □□1□□□□D□□.

□□□AD

□□□□

□□□

1□□□ $f(x)=0$ □□□□□□□ $f(x)$ □ x □□□□□□□□□□□

□□ $f(x)=g(x)$ □□□□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□□□□□□□

2□□.

35□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x\sin x+\cos x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ （ ）

A□ $f(x)$ □□□□

B□ $f(x)$ □ $\left[0,\frac{3\pi}{2}\right]$ □□□□□□□□ $\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$ □□□□□□

C□□□ $f(x)$ □ $\left[-\frac{3\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ □□3□□□□

D□□ $x\geq 0$ □□ $f(x)\leq x^2+1$ □□□

□□□□AD

□□□□

□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□□D.

□□□□

□□□□□□□□□ R□

$f(-x)=-x\sin(-x)+\cos(-x)=x\sin x+\cos x=f(x)$□

∴ $f(x)$ □□□□□A□□□

$f'(x)=(x\sin x)'+(\cos x)'=x\cos x$□

□$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$□ $f'(x)\geq 0$□ $f(x)$ □□□□□

□$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$□ $f'(x)\leq 0$□ $f(x)$ □□□□□

□$\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right]$□ $f'(x)\geq 0$□ $f(x)$ □□□□□

□B□□□

□$\left[-\frac{3\pi}{2},-\frac{\pi}{2}\right]$□ $f'(x)\geq 0$□ $f(x)$ □□□□□ $f\left(-\frac{3\pi}{2}\right)=-\frac{3\pi}{2}<0$ □ $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$□∴ $f(x)$ □$\left[-\frac{3\pi}{2},-\frac{\pi}{2}\right]$□□1□□□□

□$\left(-\frac{\pi}{2},0\right]$□ $f'(x)\leq 0$□ $f(x)$ □□□□□ $f(0)=1>0$□

∴ $f(x)$□$\left(-\frac{\pi}{2},0\right]$□□□□□□

□$\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$□ $f'(x)\geq 0$□ $f(x)$ □□□□□ $f(0)=1>0$□

∴ $f(x)$□$\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$□□□□□□

□$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$□ $f'(x)\leq 0$□ $f(x)$ □□□□□ $f(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}>0$ □ $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-\frac{3\pi}{2}<0$ □

∴ $f(x)$□$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$□□1□□□□

$\therefore f(x)$□$\left[-\frac{3\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$□□2□□□□C□□□

□$g(x)=f(x)-x^2-1$□□$g'(x)=x\cos x-2x=x(\cos x-2)$□

□$[0,+\infty)$□□□$g'(x)\le 0$□$g(x)$□□□□$g(x)_{\max}=g(0)=1-0-1=0$□

□□□$[0,+\infty)$□□□$g(x)\le 0$□

□□$x\ge 0$□□$f(x)\le x^2+1$□□□□D□□□

□□□AD.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(1)□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(2)□□□□□□□□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(3)□□□.

36□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$□$\omega>0$□□□$g(x)=\cos(2x+\theta)$□□□□□□□□□□□□□□□

□□□　□

A□□□□$m=f(x)$□$x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$□□□□□□□□□□□□□$m$□□□□□$\left[\frac{1}{2},1\right)$

B□□□□$|f(x)|$□□□□□□□$\frac{\pi}{2}$□□□□□□□□$|g(x)|$□□□□□

C□□□$f(x)$□□□□□□□□□□$\left\{x\mid x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},k\in Z\right\}$

D□□□□$g(x)$□$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$□□□□□□□$\theta=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$□$k\in Z$

□□□□BD

□□□□

□□□□□ $\omega=2$ □□□ $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ □□□A□□ $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ □□□□ $2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□B□□□□□□ $|f(x)|=|g(x)|$ □□ $|f(x)|$ □□□ $\frac{\pi}{2}$ □□□□□□□□□□C□□ $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi$ □□□□□□□□□□□D□□□□□□

$g(x)=-f(x)$ □□□□□□ θ □□

□□□□

□□ $\omega=2$

□ $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ □□ $2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ □ $f(0)=\frac{1}{2}$ □ $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=1$ □ $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ □

□ $x\in\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ □□ $f(x)$ □□□□□□ $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$ □□ $f(x)$ □□□□□

□□□ $m=f(x)$ □ $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ □□□□□□□□□□□□□ $f(x)\in\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$ □

$m\in\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$ □□A□□□

□□□□ $f(x)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□ $f(x)=g(x)$ □ $f(x)=-g(x)$ □

□ $|f(x)|=|g(x)|$ □ $|f(x)|$ □□□ $\frac{\pi}{2}$ □□B□□□

□ $\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=0$ □ $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi$ □□ $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$ □ $k\in Z$ □□C□□□

□□□ $g(x)$ □ $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ □□□□□□□□□ $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ □ $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ □□□□□□□□ $g(x)=-f(x)$ □□

$\cos(2x+\theta)=-\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}+\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]=\cos\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$ □□□ $\theta=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ □ $k\in Z$ □□D□□□

□□□BD

□□□□

□□

□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ □□□ $g(x)=\cos(2x+\theta)$ □□□□□□□□□□□ $\omega=2$ □□□□□□□□□□□□□□□□

37□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□”□□□□□□□□□□□□(*Alberobello*)□□□□□□□□□□□□□□□□□□ *Trullo*□□

1996 □□□□□□□□□□□□□.□□□□□ *Trullo* □□□□□□□□ SO(□□ S □□□□ O □□□□□)□□□ SA □□ 6 □□ C □□□ SA □□□□ S

□□□□□.□□ A □□ C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $2\sqrt{13}$ □.□□□□□□□□□ □

A□□□ SO □□□□□ 12π □□□

B□□□ S □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 18 □□□

C□□□ SO □□□□□□□□□ 72π □□□

D□□□□ $\sqrt{3}$ □□□□□□□□□ SO □□□□□□□

□□□□AD

□□□□

□□ A □□□□□ S □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $S_{\triangle SAB}$ □□

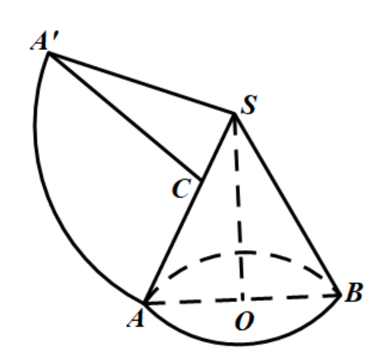
□□□□B □□□□□□□□□ SO □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{3}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□D

□□.

□□□□

□□□□□□□ r

□□□



$\triangle A'SC$□□ $A'S=6, SC=2, A'C=2\sqrt{13}$□

$\therefore \cos\angle A'SC=\dfrac{36+4-52}{2\times6\times2}=-\dfrac{1}{2}$□$\therefore \angle ASC=\dfrac{2\pi}{3}$□

□□ $\dfrac{2\pi r}{6}=\dfrac{2\pi}{3}, \therefore r=2$ □□

□□□□□□□□ $=\dfrac{1}{2}\times6\times2\pi\times2=12\pi$ □□□□A□□□

□$\triangle ASB$□□ $\cos\angle ASB=\dfrac{SA^2+AB^2-AB^2}{2SA\cdot SB}=\dfrac{7}{9}$□ $\sin\angle ASB=\sqrt{1-\dfrac{49}{81}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$□

□□□□S□□□□□□□□□□□□□ $S_{\triangle SAB}=\dfrac{1}{2}SA\cdot SB\cdot\sin\angle ASB=\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\dfrac{4\sqrt{2}}{9}=8\sqrt{2}$□□□□□B□□□

□□□ SO□□□□□□ R□□ $R^2=(SO-R)^2+r^2$ □□ $SO=\sqrt{SA^2-r^2}=\sqrt{36-4}=4\sqrt{2}$□

□□ $R^2=(4\sqrt{2}-R)^2+4$□$\therefore R=\dfrac{9}{4}\sqrt{2}$□

□□ SO□□□□□□□ $4\pi R^2=4\pi\times\dfrac{81}{16}\times2=\dfrac{81\pi}{2}$□□C□□□□

□□□ SO□□□□□□ t□□ $\dfrac{t}{4\sqrt{2}-t}=\dfrac{1}{3}$□$\therefore t=\sqrt{2}$□

□□□□ $\sqrt{3}$□□□□□□□□□□□□□□ r_1□

□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{2}{3}=1$ □□□ $\sqrt{(\sqrt{3})^2-1}=\sqrt{2}$ □

□□ $r_1^2=1+(\sqrt{2}-r_1)^2$ □□□ $r_1=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ □

□□ $r_1<t$ □□□□□ $\sqrt{3}$ □□□□□□□□ SO □□□□□□□□ D □□.

□□□AD

□□□□

□□□ $\sqrt{3}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

D □□□□□□□.

38□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=3\sin 2x+4\cos 2x$ □ $g(x)=f(x)+|f(x)|$.□□□ $x_0\in R$ □□□□□□ $x\in\mathbf{R}$ □

$f(x)\geq f(x_0)$ □□□ □

A□□□ $x\in R,\ f(x+x_0)=f(x-x_0)$

B□□□ $x\in R,\ f(x)\leq f\left(x_0+\frac{\pi}{2}\right)$

C□□□ $\theta>0$ □□□ $g(x)$ □ $(x_0,x_0+\theta)$ □□□□□ 2 □□□

D□□□ $\theta>-\frac{5\pi}{12}$ □□□ $g(x)$ □ $\left(x_0-\frac{5\pi}{12},x_0+\theta\right)$ □□□□□

□□□□BD

□□□□

□□□□ $f(x)=5\sin(2x+\varphi)$ □□□□□ $x\in\mathbf{R}$ □ $f(x)\geq f(x_0)$ □□□ x_0 □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ A □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□

$T=\pi$ □□□ $x_0+\frac{\pi}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ B □□□□□□ $(x_0,x_0+\frac{\pi}{4})$ □ $f(x)<0$ □□□ $g(x)=0$ □□□□ C □□□□ $\theta=-\frac{\pi}{4}$ □

□□□ D □□.

【详解】

由题意，函数 $f(x)=3\sin 2x+4\cos 2x=5\sin(2x+\varphi)$，其中 $\cos\varphi=\frac{3}{5}$，

因为对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)\ge f(x_0)$，即 x_0 是函数 $f(x)$ 的最小值点，

所以函数 $f(x)$ 关于 $x=x_0$ 对称，所以 $f(x+x_0)=f(-x+x_0)\ne f(x-x_0)$，所以 A 不正确；

由函数 $f(x)=5\sin(2x+\varphi)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，所以 $x_0+\frac{\pi}{2}$ 为函数 $f(x)$ 的最大值点，所以 $f(x)\le f(x_0+\frac{\pi}{2})$，所以 B 正确；

因为 $f(x_0)<0$，且 x_0 是函数 $f(x)$ 的最小值点，可得 $f(x_0+\frac{\pi}{4})=0$，

所以在区间 $(x_0,x_0+\frac{\pi}{4})$ 上 $f(x)<0$，此时 $g(x)=0$，

故不存在 $\theta>0$，使得 $g(x)$ 在 $(x_0,x_0+\theta)$ 上有且仅有 2 个零点，所以 C 错误；

取 $\theta=-\frac{\pi}{4}$，则在 $(x_0-\frac{5\pi}{12},x_0-\frac{\pi}{4})$ 内，$f(x)$ 单调递减且 $f(x)>0$，所以 $g(x)=2f(x)$ 单调递减，所以 D 正确.

故选：BD.

【点睛】

解答三角函数的图象与性质的基本方法：

1、根据已知条件化简得出三角函数的解析式为 $y=A\sin(wx+\varphi)$ 的形式；

2、熟练应用三角函数的图象与性质，结合数形结合法的思想研究函数的性质（如：单调性、奇偶性、对称性、周期性与最值等），进而加深理解函数的极值点、最值点、零点及有界性等概念与性质，但解答中主要角的范围的判定，防止错解.

三、双空题

39.（2021·江苏·无锡市第一中学高三阶段练习）已知函数 $f(x)=e^x, g(x)=\ln x$.若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_1,f(x_1))$ 处的切线与曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_2,g(x_2))$ 处的切线平行，则 $x_1+g(x_2)=$__________；若 $h(x)=2x-g(x)-\frac{f(2x)}{x}+1$，则 $h(x)$ 的最大值为__________.

【答案】0　$2-2e+\ln 2$

【分析】

□ $f'(x_1)=g'(x_2)$ □□ x_1,x_2 □□□□□□□ $x_1+g(x_2)$ □□□□□□□ $h(x)$ □□ $h(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $h(x)$ □□□□

□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□ $f'(x)=e^x$ □ $g'(x)=\frac{1}{x}$ □□□ $e^{x_1}=\frac{1}{x_2}$ □□ $x_2=e^{-x_1}$ □

□□ $x_1+g(x_2)=x_1+\ln e^{-x_1}=x_1-x_1=0$ □

$h(x)=2x-\ln x-\frac{e^{2x}}{x}+1$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$h'(x)=2-\frac{1}{x}-\frac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}=\frac{2x^2-x-e^{2x}(2x-1)}{x^2}=\frac{(2x-1)(x-e^{2x})}{x^2}$ □

□ $p(x)=x-e^{2x}$ □□ $p'(x)=1-2e^{2x}$ □ $x>0$ □□ $p'(x)<0$ □□□ $p(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□ $x>0$ □□ $p(x)<p(0)=-1$ □

□□ $0<x<\frac{1}{2}$ □□ $h'(x)>0$ □ $h(x)$ □□□ $x>\frac{1}{2}$ □□ $h'(x)<0$ □ $h(x)$ □□□

□□ $h(x)_{\max}=h(\frac{1}{2})=1-\ln\frac{1}{2}-\frac{e}{\frac{1}{2}}+1=2-2e+\ln 2$ □

□□□□□0□ $2-2e+\ln 2$ □

40□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□ $a_{n+1}^2-a_{n+1}=a_n(n\in N^*)$.□□□ a_n □□□□□□□□□□□ a_1 □

□□□□□__________□□ $a_1=\frac{2}{3}$ □□□ $b_n=\frac{(-1)^{n-1}}{a_n-1}$ □□ $k<b_1+b_2+\cdots+b_{2021}<k+1$ □□□□ $k=$__________.

□□□□□0□2□ -4

□□□□

□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□□□□□ $a_n-a_{n+1}=a_{n+1}^2-2a_{n+1}<0$ □□□□□ a_{n+1} □□□□□□□□□□ a_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□

$b_1+b_2+\cdots+b_{2019}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□□ $a_{n+1}^2 - a_{n+1} = a_n$ □

$\therefore a_n - a_{n+1} = a_{n+1}^2 - 2a_{n+1} < 0$ □□□ $a_{n+1} \in (0,2)$ □

$\therefore a_2 \in (0,2)$ □

$\therefore a_1 = a_2^2 - a_2 \in [-\frac{1}{4}, 2)$ □

□ $a_1 > 0$ □

$\therefore 0 < a_1 < 2$ □

□□ $a_{n+1}^2 - a_{n+1} = a_n$ □□□□ $\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_{n+1}^2 - a_{n+1}} = \frac{1}{a_{n+1} - 1} - \frac{1}{a_{n+1}}$ □

$\therefore \frac{1}{a_{n+1} - 1} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}}$ □

$b_n = \frac{(-1)^{n-1}}{a_n - 1}$ □

$\therefore b_1 + b_2 + \cdots + b_{2021} = \frac{1}{a_1 - 1} - \frac{1}{a_2 - 1} + \frac{1}{a_3 - 1} - \cdots + \frac{1}{a_{2021} - 1}$

$= \frac{1}{a_1 - 1} - (\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}) + (\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}) - \cdots - (\frac{1}{a_{2019}} + \frac{1}{a_{2020}}) + (\frac{1}{a_{2020}} + \frac{1}{a_{2021}})$

$= \frac{1}{a_1 - 1} - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \cdots - \frac{1}{a_{2019}} - \frac{1}{a_{2020}} + \frac{1}{a_{2020}} + \frac{1}{a_{2021}}$

$= \frac{1}{a_1 - 1} - \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_{2021}}$

$= -\frac{9}{2} + \frac{1}{a_{2021}}$ □

$a_1 = \frac{2}{3}$ □□□□ $\{a_n\}$ □□□□□

$\therefore a_{2021} \in (\frac{2}{3}, 2)$ □□ $\frac{1}{a_{2021}} \in (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ □

$\therefore -4 < -\frac{9}{2} + \frac{1}{a_{2021}} < -3$ □

∴□□$k=-4$□

□□□□□$(0,2)$□-4□

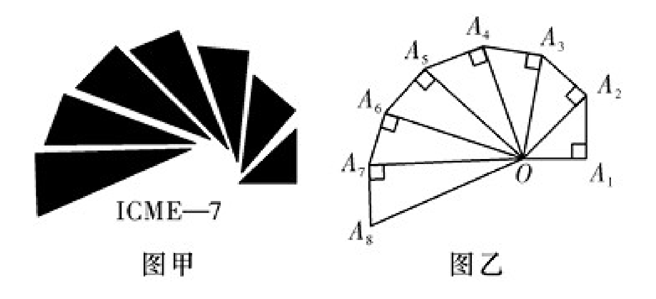
□□□□

□□

41□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ICME-7□□□

□□□□□$OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots=A_7A_8=1$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$OA_1A_2A_3, OA_2A_3A_4,\cdots,OA_nA_{n+1}A_{n+2},\cdots$

□□□□□□□□□$\{a_n\}$□□.□□□□□n□□□S_n□□a_1□□□__________□S_{99}□□□__________.



图甲 图乙

□□□$2\sqrt{2}-2$ ##

□□□□

□□□.

□□□□

□□□□□

$$a_1=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times1+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}}=\frac{2}{1+\sqrt{2}}=2\left(\sqrt{2}-1\right)$$□

$$a_2=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$$□

$$a_3=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{4}}=\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=2\left(2-\sqrt{3}\right)$$□

$$a_n=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{n}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{n+1}}=\frac{2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$$□

□ $S_n=2(\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=2(\sqrt{n+1}-1)$ □

□□ $S_{99}=2(\sqrt{99+1}-1)=18$.

□□□□□ $2\sqrt{2}-2$ □18

□□□□□

42□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ R □□□□□ $y=f(x)$ □□□□ x □□ $f(x+2)=f(x)$ □□ $0\le x\le 1$ □□ $f(x)=x$ □□

□ $g(x)=\begin{cases}-ax, x<0\\ \log_a(x+1), x\ge 0\end{cases}$ □ $a>0$ □ $a\ne 1$ □□□□□ $f(x)=g(x)$ □ R □□ 4 □□□□□□□□□□□□ a □□□□□□____________

______□

□□□□ $\left(\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right)\cup(4,6)$

□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□ 2 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $a>1$ □ $0<a<1$ □□□□□□□□□ a □□□□

□□□□

□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□ x □□ $f(x+2)=f(x)$ □

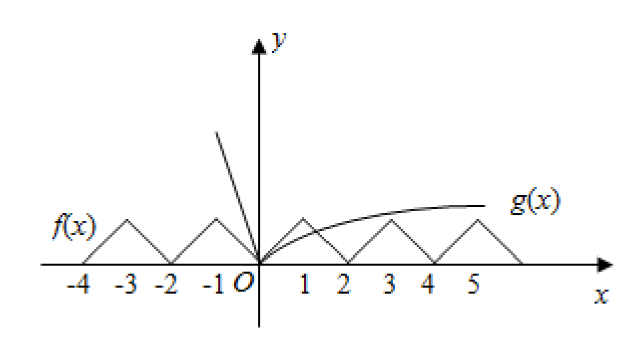
□□ $f(x)$ □□□□ 2 □□□□□□

□□ $0\le x\le 1$ □□ $f(x)=x$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□□□ $g(x)=\begin{cases}-ax, x<0\\ \log_a(x+1), x\ge 0\end{cases}$ □ $a>0$ □ $a\ne 1$ □□

□ $a>1$ □□□ $f(x)=g(x)$ □ R □□ 4 □□□□□□□□

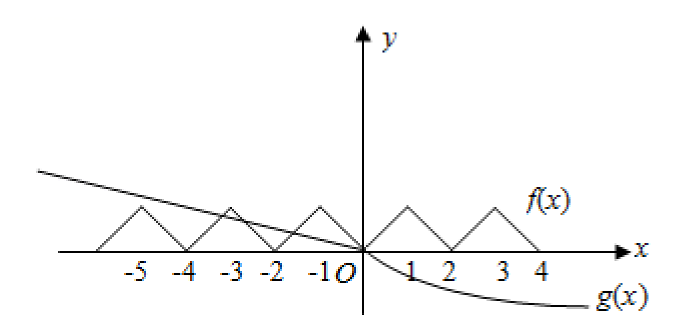
□□□□□□□□□□□□



□□ $\begin{cases}\log_a(3+1)<1\\ \log_a(5+1)>1\end{cases}$ □□□ $4<a<6$ □

□ $0<a<1$ □□□ $f(x)=g(x)$ □ R □□ 4 □□□□□□□

□□□□□□□□□□□



□□ $\begin{cases}3a<1\\ 5a>1\end{cases}$ □□□ $\frac{1}{5}<a<\frac{1}{3}$ □

□□□□□□□ a □□□□□ $\left(\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right)\cup(4,6)$ □

□□□□□ $\left(\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right)\cup(4,6)$

43□□2021·□□□□□□□□□□□□ $\triangle ABC$ □□ $AB=6, AC=6\sqrt{3}, BC=12,$ □□ P □□ C □□□ CB □□□□□ B □□□□□ Q □□ B □□□ BC □□□□□ C □□□□□□ Q □□□□□ P □ 3 □□

$\vec{AP}\cdot\vec{AQ}$ □□□□________________________□

□□□□72

□□□□

□□□$\angle BAC=90^{\circ}$,□$\angle ACB=30^{\circ}$,□□□□□□□□□xAy□□□□□□□□$P(x,6\sqrt{3}-\sqrt{3}x),x\in[0,2]$□□□

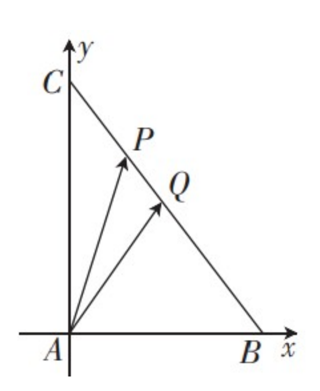
$\vec{AP}\cdot\vec{AQ}=-12\left(x-\frac{5}{2}\right)^{2}+75$□□□□.

□□□□

□□$AB=6,AC=6\sqrt{3},BC=12,AB^{2}+AC^{2}=BC^{2}$□

□□$\angle BAC=90^{\circ}$,□$\angle ACB=30^{\circ}$,

□□□□□□□□□xAy□□□□□□



□□$P(x,6\sqrt{3}-\sqrt{3}x),x\in[0,2]$□□$CP=2x,BQ=6x$□

□□□□$Q(6-3x,3\sqrt{3}x)$□

□□$\vec{AP}\cdot\vec{AQ}=x(6-3x)+3\sqrt{3}x(6\sqrt{3}-\sqrt{3}x)=-12\left(x-\frac{5}{2}\right)^{2}+75$□

□□$y=-12\left(x-\frac{5}{2}\right)^{2}+75$□$[0,2]$□□□□□□

□□□$x=2$□□$\vec{AP}\cdot\vec{AQ}$□□□□□□□□□□□72□

□□□□□72

44□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{x}{|\ln x|}$.□□□ x □□□ $[f(x)]^2-(2m-1)f(x)+m^2-m-2=0$ □□ 4 □□□□□□□□□□□□□ m □□□□□□__________.

□□□□ $(2,e+2)$

□□□□

□ $t=f(x)$ □□□□□ $t^2-(2m-1)t+m^2-m-2=0$ □□ $t_1=m+1$ □ $t_2=m-2$ □□ m □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $t=f(x)$ □□□□□□ $t^2-(2m-1)t+m^2-m-2=0$ □□□ $t_1=m+1$ □ $t_2=m-2$ □

□ $x>1$ □□ $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ □□□ $f'(x)=\frac{\ln x-1}{\ln^2 x}$ □

□ $x>e$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□ $1<x<e$ □□ $f'(x)<0$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□ $0<x<1$ □□ $f(x)=-\frac{x}{\ln x}$ □□□ $f'(x)=-\frac{\ln x-1}{\ln^2 x}>0$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□ $(1,e)$ □□□□ $(e,+\infty)$ □□□□

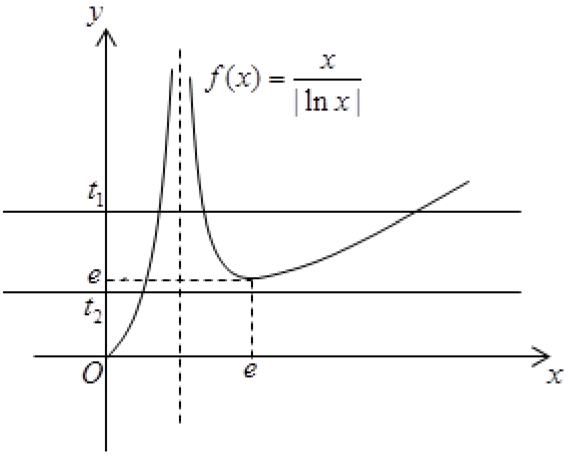
□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□

□□□□ x □□□ $[f(x)]^2-(2m-1)f(x)+m^2-m-2=0$ □□ 4 □□□□□□□□□□

□□□ $t_1=f(x)$ □ 3 □□□□ $t_2=f(x)$ □□ 1 □□□

□□□ $\begin{cases}0<m-2<e\\ m+1>e\end{cases}$ □□□ $2<m<e+2$ □□□□ m □□□□□□ $(2,e+2)$.

□□□□□ $(2,e+2)$



【点睛】

函数由零点求参数的取值范围的常用方法与策略：

1、分类参数法：一般命题情境为给出区间，求满足函数零点个数的参数范围，通常解法为从 $f(x)$ 中分离参数，然后利用求导的方法求出由参数构造的新函数的最值，根据题设条件构建关于参数的不等式，再通过解不等式确定参数的取值范围；

2、分类讨论法：一般命题情境为没有固定的区间，求满足函数零点个数的参数范围，通常解法为结合函数的单调性，先确定参数分类标准，在每个小范围内研究零点的个数是否符合题意，将满足题意的参数的各个小范围并在一起，即可为所求参数的范围．

45．(2021·广东·金山中学高三期中) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c 且 BC 边上的高为 $\frac{a}{2}$，则 $\frac{c}{b}+\frac{b}{c}$ 的最大值为_______．

【答案】$2\sqrt{2}$

【分析】

利用三角形的面积计算公式得 $\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{a}{2}=\frac{1}{2}bc\sin A$，求出 $a^2=2bc\sin A$；利用余弦定理可得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，得 $b^2+c^2=a^2+2bc\cos A$，代入 $\frac{c}{b}+\frac{b}{c}=\frac{b^2+c^2}{bc}$，化为三角函数求最值即可．

【详解】

因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{a}{2}=\frac{1}{2}bc\sin A$，

即 $a^2=2bc\sin A$；

由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，

所以 $b^2+c^2=a^2+2bc\cos A=2bc\sin A+2bc\cos A$；

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□□ $\frac{c}{b}+\frac{b}{c}=\frac{b^2+c^2}{bc}$ =2sin$A$+2cos$A$□2$\sqrt{2}$sin□$A+\frac{\pi}{4}$□□

□ $A=\frac{\pi}{4}$ □□ $\frac{c}{b}+\frac{b}{4}$ □□□□□□2$\sqrt{2}$□

□□□□2$\sqrt{2}$□

□□□□

□□

46□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ R □□□□□□ $f(4-x)=f(x)$ □□ $x\in[0,2]$ □□

$f(x)=2^x+\log_2(x+1)-1$.□□□ $f(2x-1)>2$ □ x □□□□□□______.

□□□□ $\{x|4k+1<x<4k+2,k\in Z\}$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(2x-1)>2$ □ x □□□□□.

□□□□

□□ $f(x)=2^x+\log_2(x+1)-1$ □ $[0,2]$ □□□□□ $f(1)=2,\ f(0)=0$ □

□ $f(t)>2$ □ $[0,2]$ □□□ $1<t\le 2$ □

□ $f(4-x)=f(x)$ □□ $f(x)$ □□□□ $x=2$ □□□

□ $f(t)>2$ □ $[0,4]$ □□□ $1<t<3$ □

□ $f(x)$ □□□□□ $f(t)>2$ □ $[-4,4]$ □□□ $1<t<3$ □

□ $f(4-x)=f(x)=-f(-x)$ □□ $f(8-x)=-f(4-x)=f(-x)$ □

□ $f(8+x)=f(x)$ □□ $f(x)$ □□□8□□□□□

□ $f(t)>2$ □□□ $8k+1<t<8k+3$ □ $k\in Z$ □

故 $f(2x-1)>2$ 的解为 $8k+1<2x-1<8k+3$，

即 $4k+1<x<4k+2$，$k\in Z$

故答案为：$\{x|4k+1<x<4k+2,k\in Z\}$.

【点睛】

思路点睛：解函数不等式，需利用函数的奇偶性和单调性去掉对应法则 f，如果函数有周期性，则可以求出一个周期上的不等式的解即可得到给定范围上的解.

47.（2021·江苏·南京师大附中高三期中）已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e^x},x\geq a\\ x,x<a\end{cases}$，若存在不相等的 x_1,x_2,x_3，满足 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$，则实数 a 的取值范围是__________.

【答案】$(0,1)$

【分析】

求导得到函数的单调区间，得到 $g(x)$ 在 $(0,0)$ 处切线为 $y=x$，画出函数图像，根据图像得到答案.

【详解】

$g(x)=\dfrac{x}{e^x}$，$g'(x)=\dfrac{1-x}{e^x}=0$，解得 $x=1$，

$g'(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上大于零，$g(x)$ 单调递增；

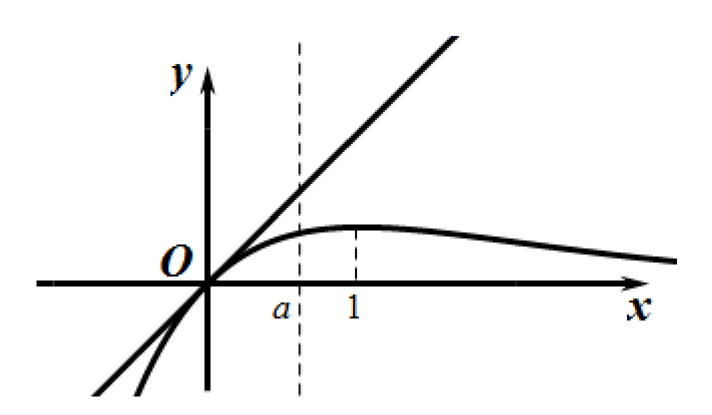
$g'(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上小于零，$g(x)$ 单调递减，

$g'(0)=1$，则 $g(x)$ 在 $(0,0)$ 处切线为：$y=x$，

画出函数图像，如图所示：

$0<a<1$ 时存在不相等的 x_1,x_2,x_3，使得 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$.

故答案为：$(0,1)$



48□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ x, y □□□ $(3e^2 y - x)(\ln x - \ln y) - ay = 0$ □□□ e □□□□□□□□□□□□ a □□□□□□______.

□□□□ $a \le 4e^2$ ##

□□□□

□□□□ $a=(3e^2-\frac{x}{y})\ln\frac{x}{y}$ □□ $t=\frac{x}{y}$ □ $(t>0)$ □□□□□ $f(t)=(3e^2-t)\ln t$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $a \le f(t)_{max}$ □□.

□□□□

□□□□□□□□□ y □□ $a=(3e^2-\frac{x}{y})\ln\frac{x}{y}$ □

□ $t=\frac{x}{y}$ □ $(t>0)$ □□□ $f(t)=(3e^2-t)\ln t$ □

□ $f'(t)=-\ln t+\frac{3e^2}{t}-1$ □□□ $f'(t)$ □□□□ $f'(e^2)=0$ □

□□□ $f(t)$ □ $(0,e^2)$ □□ $f'(t)>0$ □□□□□□□ $(e^2,+\infty)$ □□ $f'(t)<0$ □□□□□□

□ $t\to 0, f(t)\to -\infty$ □ $f(e^2)=4e^2$ □

□□□□□□□ x, y □□□ $(3e^2 y - x)(\ln x - \ln y) - ay = 0$ □□ $a \le f(t)_{max} = f(e^2) = 4e^2$.

□□□□□ $a \le 4e^2$

49□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ D□ E□□□□□□ 2 □□□ $\triangle ABC$ □ AB □ AC □□□□□□□ $\triangle ADE$ □ DE □□□□□□ $ADE\perp$ □□ $BCDE$ □□□□ $A-BCDE$ □□□□□□□□________□

□□□□ $\frac{13}{3}\pi$

□□□□

□ BC □□□ G □□□ DG, EG □□□ G □□□□□ $BCED$ □□□□□□□□□□□□□□□ $\triangle ADE$ □□□□□□ ADE □□□□□□□□□□□□ O □□

□ $A-BCDE$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ BC □□□ G □□□ DG, EG □□□ $DG=EG=BG=CG$ □

□ G □□□□□ $BCED$ □□□□□□□

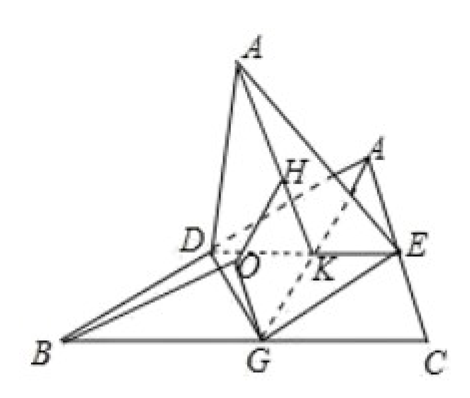
□ G □□□ $BCED$ □□□□

□□□□□ $\triangle ADE$ □□□□□□ ADE □□□□

□□□□□□□ O □

□ O □□□□ $A-BCDE$ □□□□□□□

$\triangle ADE$ □□□□ 1 □ $\therefore OG=HK=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ □



□□□□ $A-BCDE$ □□□□□□ $OB=\sqrt{1^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{39}}{6}$ □

$\therefore$ □□□ $A-BCDE$ □□□□□□□□ $4\pi\times\left(\dfrac{\sqrt{39}}{6}\right)^2=\dfrac{13}{3}\pi$.

□□□□□ $\dfrac{13}{3}\pi$

50□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $(0，+\infty)$ □ $f(x\cdot y)=f(x)+f(y)$ □ $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-1$ □□ $x>1$ □□

$f(x)>0$ □□□□□□□ $f(x)-f(x-2)\geq 2$ □ x □□□□□__________.

□□□□ $(2,\dfrac{9}{4}]$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ x_2, x_1 □(0，+∞)□□□□□□□□□ $x_2 > x_1$ □□ $x_2 > x_1 > 0$ □

□□ $\frac{x_2}{x_1} > 1$ □□□ $f(\frac{x_2}{x_1}) > 0$ □□□□ $f\left(x_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}\right) = f(x_1) + f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$ □

□ $f(x_2) = f(x_1) + f\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \Rightarrow f(x_2) - f(x_1) = f\left(\frac{x_2}{x_1}\right) > 0 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$ □

□□□□ $f(x)$□(0，+∞)□□□□□□□ $f\left(\frac{1}{3}\right) = -1$ □

□□ $f\left(\frac{1}{9}\right) = f\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) = -2$ □

□□ $f(x)-f(x-2) \ge 2 \Rightarrow f(x) - 2 \ge f(x-2) \Rightarrow f(x) + f(\frac{1}{9}) \ge f(x-2)$ □

□□□□ $\begin{cases} x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2$ □

□□ $f(x) + f(\frac{1}{9}) \ge f(x-2) \Rightarrow f(\frac{x}{9}) \ge f(x-2) \Rightarrow \frac{x}{9} \ge x - 2 \Rightarrow x \le \frac{9}{4}$ □

□□□ $2 < x \le \frac{9}{4}$ □

□□□□□ $(2, \frac{9}{4}]$

51□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□ $PA \perp$ □□ ABC □ $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$ □ $AP=3$ □ $AB=2\sqrt{3}$ □ Q □ BC □□

□□□□□□□□□ PQ □□ ABC □□□□□□□ $\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□□□□□□□□__________□

□□□□ 57π

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ ΔABC □□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ $P-ABC$ □□ $PA\perp$ □□ ABC □□□ PQ □□□ ABC □□□□□ θ □

□□□□□□ $\sin\theta=\frac{PA}{PQ}=\frac{3}{PQ}$ □□ $\sin\theta$ □□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □

□□ $(PQ)_{min}=2\sqrt{3}$ □□□ AQ □□□□□ $\sqrt{3}$ □□ A □ BC □□□□ $\sqrt{3}$ □

□□ $AQ\perp BC$ □□□ $AB=2\sqrt{3}$ □□ $Rt\triangle ABQ$ □□□ $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$ □□□□ $BC=6$,

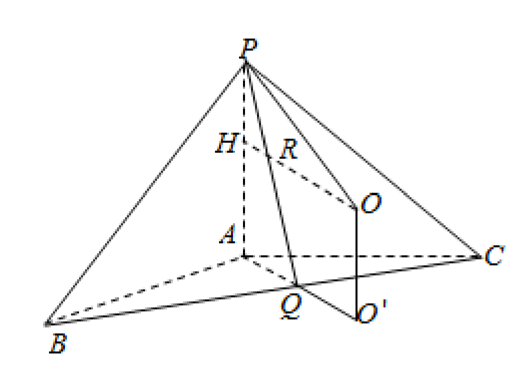
□ $\triangle ABC$ □□□□□□□ O' □□ $OO'//PA$ □

□□ $\frac{6}{\sin120^0}=2r$ □□□ $r=2\sqrt{3}$ □□□ $O'A=2\sqrt{3}$,

□ H □ PA □□□□□□ $OH=O'A=2\sqrt{3}, PH=\frac{3}{2}$ □

□□□□□□ $OP=R=\sqrt{PH^2+OH^2}=\frac{\sqrt{57}}{2}$ □

□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□□□ $S=4\pi R^2=4\pi\times(\frac{\sqrt{57}}{2})^2=57\pi$.



□□□□

□□1□□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

52□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $x+m\ln x+\frac{1}{e^x}\geq x^m$ □ $x\in(1,+\infty)$ □□□□□□□ m □□□□□__________.

【答案】$-e$

【分析】

先将不等式 $x+m\ln x+\frac{1}{e^x}\geq x^m$ 变形为 $e^x-\ln e^x\geq x^m-\ln x^m$，

再构造函数 $f(x)=x-\ln x(x>0)$，利用函数单调性可得，$e^x\leq x^m$，再分离参数转化为

$m\geq-\frac{x}{\ln x}(x>1)$，然后求出函数 $g(x)=-\frac{x}{\ln x}(x>1)$ 的最大值，即解出．

【详解】

$x+m\ln x+\frac{1}{e^x}\geq x^m$ 可变为 $x+\frac{1}{e^x}\geq x^m-m\ln x\Rightarrow x+e^{-x}\geq x^m-\ln x^m$，

再变形可得，$e^{-x}-\ln e^{-x}\geq x^m-\ln x^m$，设 $f(x)=x-\ln x(x>0)$，原不等式等价于

$f(e^{-x})\geq f(x^m)$，因为 $f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$，所以函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在

$(1,+\infty)$ 上单调递增，而 $x>1$，$e^{-x}=\frac{1}{e^x}\in(0,1)$，

当 $m<0$ 时，$0<x^m<1$，所以由 $f(e^{-x})\geq f(x^m)$ 可得，$e^{-x}\leq x^m$，

因为 $x>1$，所以 $\ln e^{-x}\leq\ln x^m\Rightarrow m\geq-\frac{x}{\ln x}$．

设 $\varphi(x)=-\frac{x}{\ln x}(x>1)$，$\varphi'(x)=-\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}=\frac{1-\ln x}{(\ln x)^2}$，所以函数 $\varphi(x)$ 在 $(1,e)$ 上递增，在 $(e,+\infty)$ 上递减，所以

$\varphi(x)_{max}=\varphi(e)=-e$，即 $-e\leq m<0$．

当 $m=0$ 时，不等式 $x+\frac{1}{e^x}\geq1$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立；

当 $m>0$ 时，$x^m>1$，无论是否存在 $m\in(0,+\infty)$，使得 $f(e^{-x})\geq f(x^m)$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 上恒成立，都可判断实数 m 的最小值为 $-e$．

故答案为：$-e$．

【点睛】

本题主要考查构造函数法的应用，利用函数的单调性解不等式，分离参数法的应用，导数在研究函数中的应用，解题关键是构造合适的函数模型，意在考查学生的数学建模能力，转化能力和数学运算能力，属于难题．

53□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{\ln(-x)}{x}$□$g(x)=\frac{x-m}{2x^2}$□□□□$h(x)=g(f(x))+\frac{1}{m}$□3□□□□□□

x_1□x_2□x_3□□$x_1<x_2<x_3$□□$f(x_1)+f(x_2)+2f(x_3)$□□□□□□____________.

□□□□$(-\frac{1}{e},0)\cup(0,\frac{2}{e})$

□□□□

□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $-\frac{1}{e}$□□□□□□□□ $h(x)$ □□□□□□ $f(x)=-m$□$f(x)=\frac{m}{2}$□□□□□ $m<0$□$m>0$□□□□□□.

□□□□

$\because f'(x)=\frac{1-\ln(-x)}{x^2}$□

$\therefore x\in(-\infty,-e)$□□ $f'(x)<0$□$x\in(-e,0)$□□ $f'(x)>0$

$\therefore f(x)$□□□□□ $f(-e)=-\frac{1}{e}$.

□$g(x)+\frac{1}{m}=0$□□$2x^2+mx-m^2=0$□□□□□□□□$-m$□$\frac{m}{2}$□

□□$h(x)$□□□□□□ $f(x)=-m$□$f(x)=\frac{m}{2}$□□.

$\therefore$□□$h(x)$□3□□□□□□□□□□□

□$m<0$□□ $f(x_1)=f(x_2)=\frac{m}{2}\in(-\frac{1}{e},0)$□$f(x_3)=-m\in(0,+\infty)$□

$\therefore f(x_1)+f(x_2)+2f(x_3)=\frac{m}{2}+\frac{m}{2}+2(-m)=-m\in(0,\frac{2}{e})$□

□$m>0$□□ $f(x_1)=f(x_2)=-m\in(-\frac{1}{e},0)$□$f(x_3)=\frac{m}{2}\in(0,+\infty)$□

$\therefore f(x_1)+f(x_2)+2f(x_3)=(-m)+(-m)+2(\frac{m}{2})=-m\in(-\frac{1}{e},0)$□

□□□ $f(x_1)+f(x_2)+2f(x_3)$□□□□$(-\frac{1}{e},0)\cup(0,\frac{2}{e})$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

54□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-e^{-x}+\sin x-x$□□ $f(a-2\ln(|x|+1))+f\left(\frac{x^2}{2}\right)\ge 0$□□□□□□□ a□□□

□□___□

□□□□ $\left[2\ln 2-\frac{1}{2},+\infty\right)$

□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $f(a-2\ln(|x|+1))+f\left(\frac{x^2}{2}\right)\ge 0$□□□ $f(a-2\ln(|x|+1))\ge f\left(-\frac{x^2}{2}\right)$□□□

$a-2\ln(|x|+1)\ge-\frac{x^2}{2}$□□□□□ $a\ge g(x)=-\frac{x^2}{2}+2\ln(|x|+1)$□□ $a\ge g(x)_{max}$□□ $g(x)_{max}$□□□

□□□□

□□ $f(-x)=e^{-x}-e^{x}-\sin x+x=-f(x)$□

□□ $f(x)$ □ R□□□□□□

$f'(x)=e^x+e^{-x}+\cos x-1$□

$f'(x)=e^x+e^{-x}+\cos x-1\ge 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}+\cos x-1=1+\cos x\ge 0$□

□□ $f(x)$ □ R□□□□□□

$f(a-2\ln(|x|+1))+f\left(\frac{x^2}{2}\right)\ge 0$□□□ $f(a-2\ln(|x|+1))\ge -f\left(\frac{x^2}{2}\right)=\left(-\frac{x^2}{2}\right)$□

□□ $a-2\ln(|x|+1)\ge-\frac{x^2}{2}$□□□ $a\ge-\frac{x^2}{2}+2\ln(|x|+1)$□

□ $g(x)=-\frac{x^2}{2}+2\ln(|x|+1)$□□ $a\ge g(x)_{max}$□

□□ $g(-x)=g(x)$ □□□□□ R□

□□ $g(x)=-\frac{x^2}{2}+2\ln(|x|+1)$ □ R□□□□□□

□□□□□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□.

□ $x\in[0,+\infty)$ □□ $g(x)=-\frac{x^2}{2}+2\ln(x+1)$ □ $g'(x)=-x+\frac{2}{x+1}=\frac{-x^2-x+2}{x+1}=-\frac{(x+2)(x-1)}{x+1}$ □

□□ $x\in[0,1)$ □□ $g'(x)>0$ □□ $x\in[1,+\infty)$ □□ $g'(x)<0$ □

□□ $g(x)$ □ $[0,1)$ □□□□□□□ $[1,+\infty)$ □□□□□□

□□□ $g(x)_{max}=g(1)=2\ln2-\frac{1}{2}$ □□ $a\ge 2\ln2-\frac{1}{2}$.

□□□□□ $\left[2\ln2-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

55□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ R□ $f(x)$ □□□□□ $f(x+1)$ □□□□□□ $x\in[1,2]$ □□

$f(x)=ax^2+b$.□ $f(3)=3$□□ $f\left(\frac{17}{2}\right)=$ ________.

□□□□ $-\frac{7}{4}$

□□□□

□ $f(x)$ □□□□□ $f(x+1)$ □□□□□□ $f(x)$ □□□□ 4 □□□□□□□□ $f(2)=4a+b=0$□ $f(3)=-f(1)=-a-b=3$□□□□□

$a=1,b=-4$□□□□□□ $f\left(\frac{17}{2}\right)=f(\frac{1}{2})=f(\frac{3}{2})$ □□□□□□□□□

□□□□

□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $f(-x)=-f(x)$

□ $f(x+1)$ □□□□□□□ $f(-x+1)=f(x+1)$

$\therefore f(x+2)=f[(x+1)+1]=f[-(x+1)+1]=f(-x)=-f(x)$

$\therefore f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$ □□ $f(x)$ □□□4□□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□ $f(0)=0,\ f(2)=f(0)=0$

$\therefore f(2)=4a+b=0$

□ $f(3)=f(-1)=-f(1)=-a-b=3$

□□□□□ $a=1, b=-4$ □□□ $x\in[1,2]$ □□ $f(x)=x^2-4$

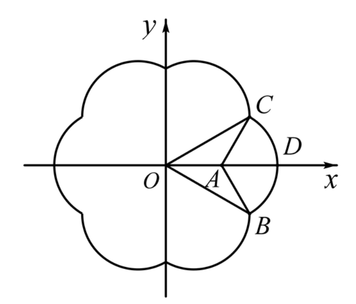
□ $f\left(\frac{17}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}-4=-\frac{7}{4}$

□□□□□ $-\frac{7}{4}$

56□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P(x_1,y_1)$ □ $Q(x_2,y_2)$ □□□□□□□□□ $d(P,Q)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$ □□

□□ $\overset{\frown}{BC}$ □□ $A:(x-1)^2+y^2=1$ □ $x\geq\frac{3}{2}$ □□□□□□ D □ $\overset{\frown}{BC}$ □ x □□□□□□ $\overset{\frown}{BC}$ □□□□□ O □□□□□□□□□ 60 □□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□ $d(C,D)=$ ________□□□ P □□□□□□□□□ $d(O,P)$ □□□□□________□



□□□□ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}$

□□□□

□□ C □ D □□□□□□□□□□□□□ $d(C,D)$ □□□□□ P □□□□□□□□□□□□ P □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$d(O,P)$ □□□□.

□□□□

□□□□□□ C □□□□□□□□□ A □□□□□□ $x=\frac{3}{2}$ □□□ $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□□ $C\left(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

□□□□□□ $D(2,0)$ □□□ $d(C,D)=\left|2-\frac{3}{2}\right|+\left|0-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ □

□□□□□□□□□□□ P □□□□□□□□□

□□ P □ $\overset{\frown}{CD}$ □□□ $\angle PAD=\theta$ □□ $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ □□ $P(1+\cos\theta,\sin\theta)$ □

□□ $d(O,P)=|1+\cos\theta|+|\sin\theta|=1+\cos\theta+\sin\theta=1+\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$ □

□ $0\le\theta\le\frac{\pi}{3}$ □□ $\frac{\pi}{4}\le\theta+\frac{\pi}{4}\le\frac{7\pi}{12}$ □□ $\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ □□ $d(O,P)_{max}=1+\sqrt{2}$ □

□□ P □□ $\overset{\frown}{CD}$ □□□□□□□□□ $E\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ □

□□□□ $CE\perp y$ □□□ $\angle PEC=\alpha$ □ $\alpha\in\left[0,\frac{2\pi}{3}\right]$ □□□□□ $P\left(\frac{1}{2}+\cos\alpha,\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\alpha\right)$ □□ $\cos\alpha\in\left[-\frac{1}{2},1\right]$ □ $\sin\alpha\in[0,1]$ □

$d(O,P)=\left|\frac{1}{2}+\cos\alpha\right|+\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\alpha\right|=\frac{1}{2}+\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\alpha=\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ □

□ $0\le\alpha\le\frac{2\pi}{3}$ □□ $\frac{\pi}{4}\le\alpha+\frac{\pi}{4}\le\frac{11\pi}{12}$ □□ $\alpha+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ □□ $d(O,P)_{max}=\frac{1+\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}$.

□□ $\frac{1+\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}>1+\sqrt{2}$ □□□□ $d(O,P)$ □□□□□ $\frac{1+\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}$.

□□□□□ $\frac{1+\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ P □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ P □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.